

Chapitre 2: Second degré

I Fonctions polynômes du second degré: différentes formes d'une même expression

1) forme développée

Definition: on appelle fonction polynôme du second degré ou encore trinôme du second degré toute fonction f définie sur \mathbb{R} par une expression algébrique du type

$$(1) \quad f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{avec } a, b, c \text{ 3 réels quelconques, et } a \neq 0$$

Exemples:
• $f(x) = -x^2 + 3x - 2$ est une expression du second degré, du type $ax^2 + bx + c$
avec $a = -1$; $b = 3$; $c = -2$

• $f(x) = -2x + 7x^2 + 4$ est une expression du second degré du type $ax^2 + bx + c$
avec $a = 7$; $b = -2$; $c = 4$. En effet en remettant les termes dans l'ordre des puissances décroissantes de x on peut écrire $f(x) = 7x^2 - 2x + 4$

• $f(x) = \frac{x^2}{-1}$ est une expression du second degré de la forme $ax^2 + bx + c$
avec $a = -1$ $b = 0$ $c = 0$

2) représentation graphique

Définition: Soit f la fonction polynôme du second degré définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$, avec $a \neq 0$

La courbe représentative de f dans un repère du plan est une **parabole** \mathcal{P} dont le **sommet** S a pour abscisse $x_S = -\frac{b}{2a}$

On note souvent $x_S = \alpha$, $\alpha = -\frac{b}{2a}$

Propriété. Dans un repère **orthogonal**, la parabole \mathcal{P} admet pour **axe de symétrie** la droite passant par le sommet S et parallèle à l'axe des ordonnées.

- si $a < 0$: \mathcal{P} est tournée vers le bas
- si $a > 0$: \mathcal{P} est tournée vers le haut.

Si $a > 0$

\mathcal{P} est « orientée vers le haut »

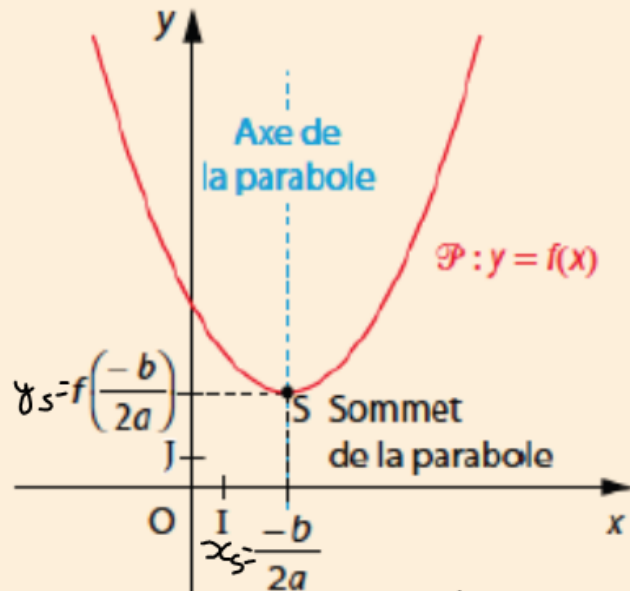


tableau de variation

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		

Si $a < 0$

\mathcal{P} est « orientée vers le bas »

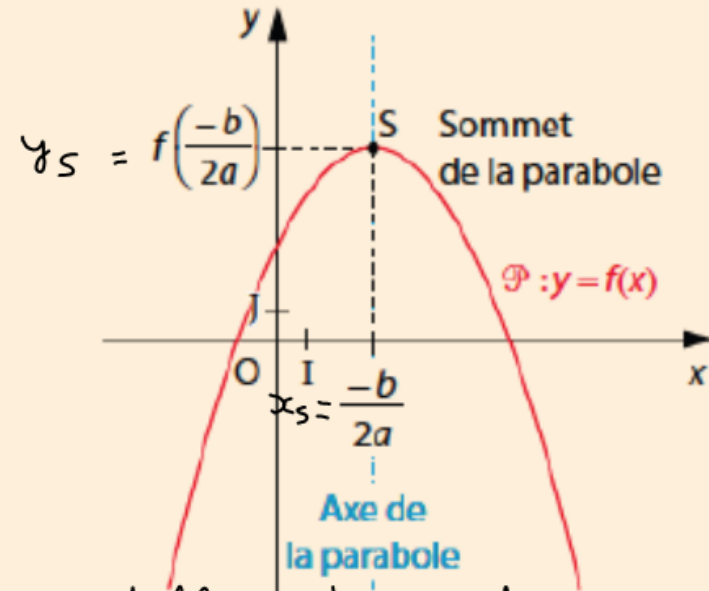
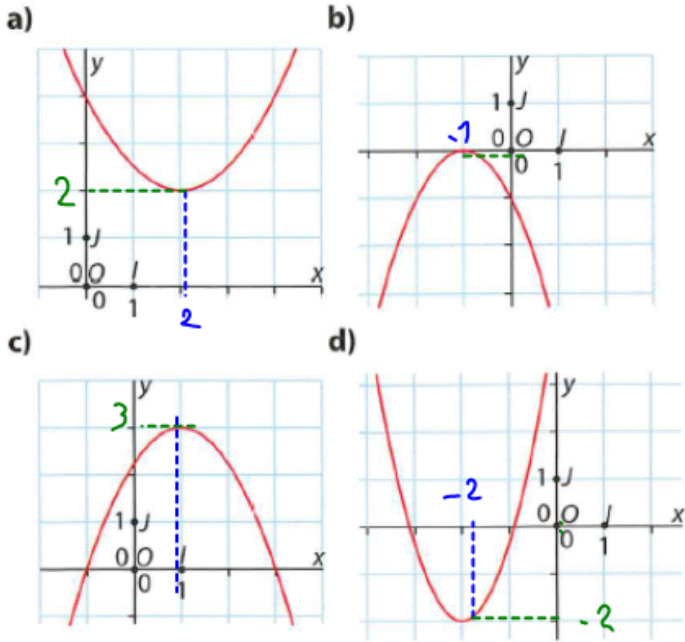


tableau de variation

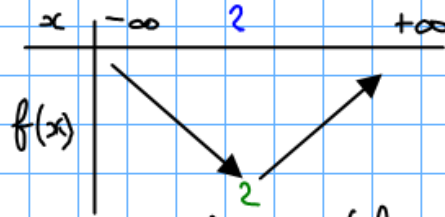
x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$f\left(-\frac{b}{2a}\right)$		

Application: page 126

5 Chacun des tracés suivants est celui de la parabole représentative d'une fonction polynôme f de degré 2, définie pour tout réel x par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.
 Pour chacun des cas, préciser le signe de a et dresser le tableau de variation de f .



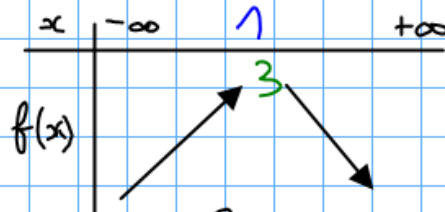
a) $a > 0$ car \mathcal{P} est tournée vers le haut



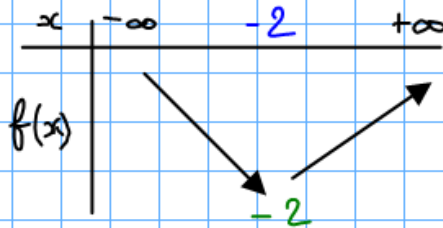
b) $a < 0$ car la parabole est tournée vers le bas



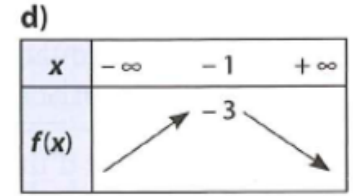
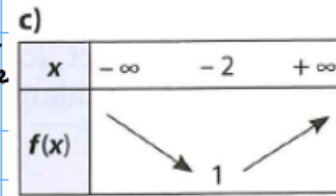
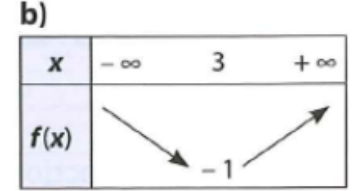
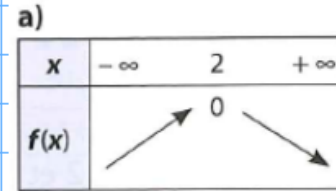
c) $a < 0$ car la parabole est tournée vers le bas



d) $a > 0$ car \mathcal{P} est tournée vers le haut



8 Chacun des tableaux de variation suivants est celui d'une fonction polynôme f de degré 2, définie pour tout réel x par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$.
 Pour chacun des cas, préciser le signe de a et tracer à main levée une parabole possible qui pourrait être représentative de f .



8 Chacun des tableaux de variation suivants est celui d'une fonction polynôme f de degré 2, définie pour tout réel x par $f(x) = ax^2 + bx + c$, où $a \neq 0$. Pour chacun des cas, préciser le signe de a et tracer à main levée une parabole possible qui pourrait être représentative de f .

a)

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow 0 \searrow$		

b)

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow -1 \nearrow$		

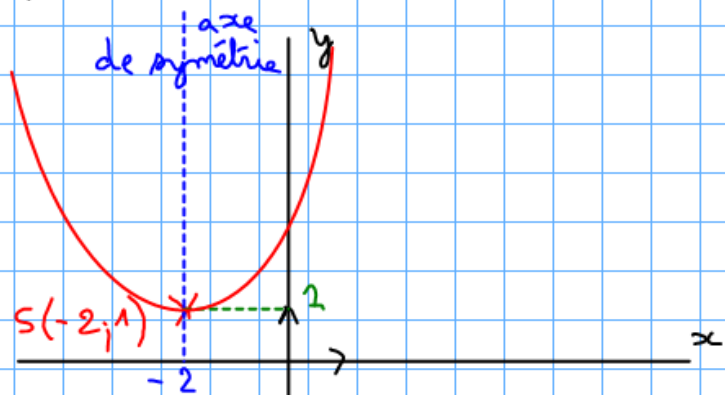
c)

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow 1 \nearrow$		

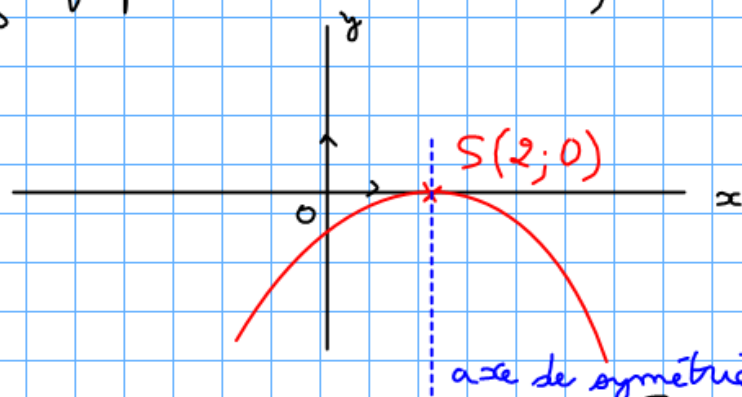
d)

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow -3 \searrow$		

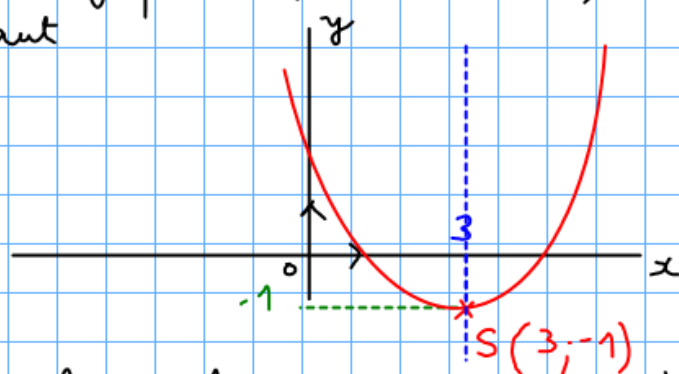
c) $a > 0$ car f présente un minimum; \mathcal{P} est tournée vers le haut



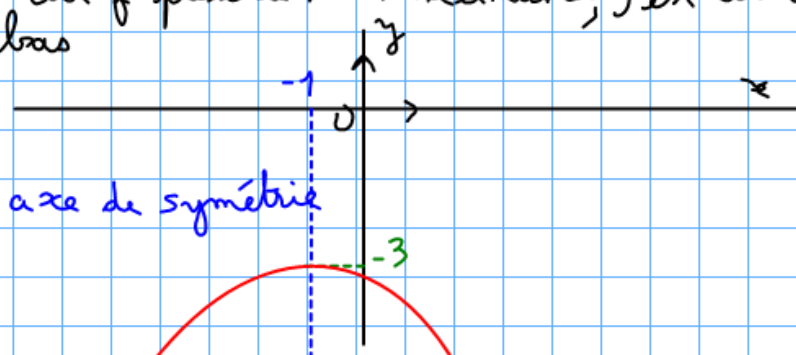
a) $a < 0$ car f présente un maximum; \mathcal{P} est tournée vers le bas



b) $a > 0$ car f présente un minimum; \mathcal{P} est tournée vers le haut



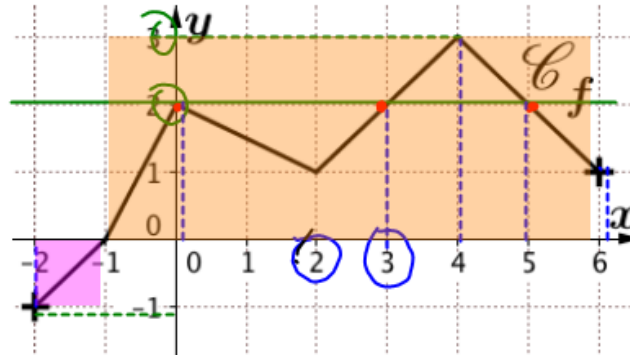
d) $a < 0$ car f présente un maximum; \mathcal{P} est tournée vers le bas



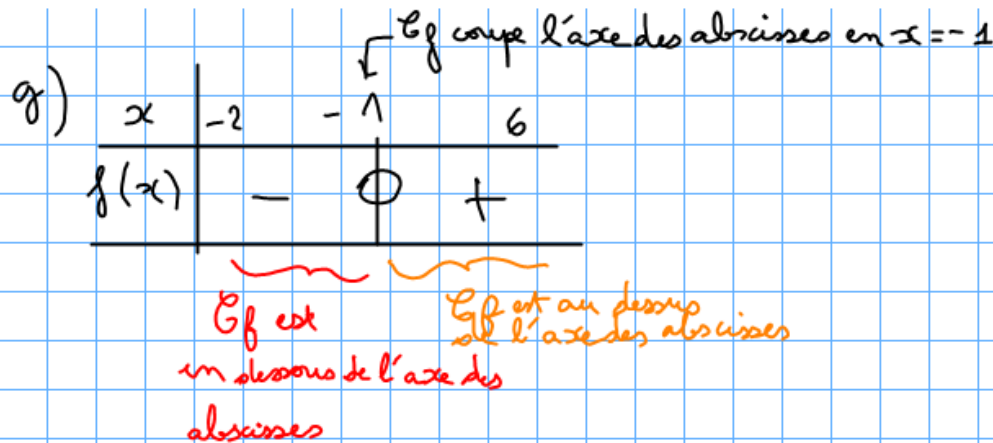
Exercice 2.1 Rappels Seconde - Fonctions

1. Par lecture graphique, déterminer :

- (a) l'ensemble de définition de f ;
- (b) l'image de 4 par f ;
- (c) l'image de -2 par f ;
- (d) le(s) antécédent(s) de 2 par f ;
- (e) le(s) antécédent(s) de 3 par f ;
- (f) l'ordonnée à l'origine de f ;
- (g) le tableau de signe de f ;
- (h) les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.



2. Résoudre l'équation $4 - 8x = 0$.



a) $D_f = [-2; 6]$

b) $f(4) = 3$ c) $f(-2) = -1$

d) Les antécédents de 2 par f sont 0 ; 3 ; 5

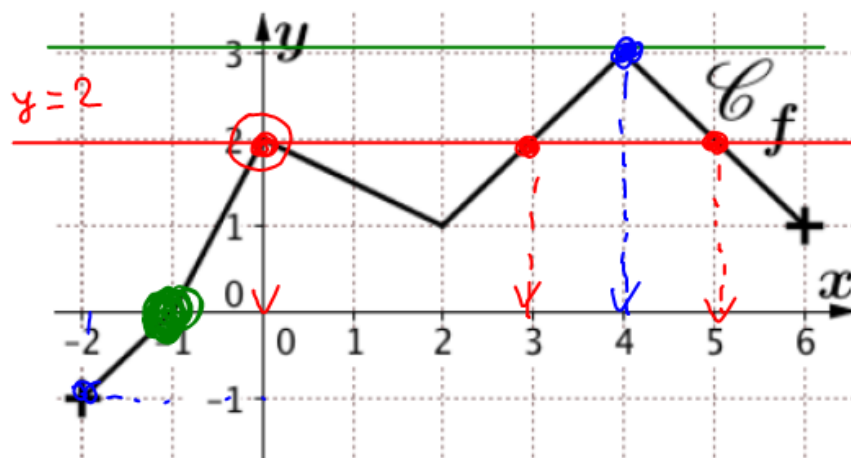
e) l'unique antécédent de 3 par f est 4.

f) L'ordonnée à l'origine de f est 2 car $f(0) = 2$

Exercice 2.1 Rappels Seconde - Fonctions

1. Par lecture graphique, déterminer :

- l'ensemble de définition de f ;
- l'image de 4 par f ;
- l'image de -2 par f ;
- le(s) antécédent(s) de 2 par f ;
- le(s) antécédent(s) de 3 par f ;
- l'ordonnée à l'origine de f ;
- le tableau de signe de f ;
- les solutions de l'inéquation $f(x) \geq 0$.



a) $\mathcal{D}_f = [-2; 6]$

b) $f(4) = 3$

c) $f(-2) = -1$

d) Les antécédents de 2 par f sont

$0; 3; 5$

e) L'antécédent de 3

par f est 4.

f) \mathcal{C}_f coupe l'axe des ordonnées en $y = 2$ donc l'ordonnée à l'origine est 2. et on a $f(0) = 2$

g)

x	-2	-1	6
$f(x)$	-	\emptyset	+