Pour les exercices 81 et 82 expliquez pourquoi les algorithmes permettent de faire afficher la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique. Indiquez le premier terme de cette somme, son dernier terme et le nombre de termes. Donnez la valeur de la somme affichée à la fin de cet algorithme.

81

```
Initialisation
U prend la valeur 8
S prend la valeur 8
Traitement
Pour i variant de 1 à 4
  U prend la valeur U×3/2
  S prend la valeur S+U
Fin Pour
Sortie
Afficher S
```

82

```
Initialisation
U prend la valeur 3
S prend la valeur 0
Traitement
Tant que S < 100
  S prend la valeur S+U
  U prend la valeur U×2
Fin Tant Que
Sortie
Afficher S
```

LIMITES

Pour les exercices 83 à 85

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme 1.
Précisez sa limite.

83 a) $q = 10$. b) $q = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

84 a) $q = \frac{\pi}{3}$. b) $q = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

85 a) $q = \frac{6}{7} - \frac{5}{6}$. b) $q = \frac{3}{4} + \frac{3}{11}$.

Pour les exercices 86 à 88

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0.
Précisez sa limite.

86 $u_0 = -2$ et $q = 1{,}1$.

87 $u_0 = -5$ et $q = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

88 $u_0 = 10^{10}$ et $q = 0{,}99$.

Pour les exercices 89 à 93

(u_n) est une suite géométrique de raison q et de premier terme $u_0 = 1$.
On pose $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$. Expliquez pourquoi la suite (S_n) est strictement croissante et donnez sa limite.

89 a) $q = \frac{1}{2}$. b) $q = \frac{1}{3}$.

90 a) $q = 0{,}1$. b) $q = 0{,}9$.

91 a) $q = \frac{4}{7}$. b) $q = \frac{9}{11}$.

92 a) $q = 1{,}1$. b) $q = 3$.

93 a) $q = \frac{4}{3}$. b) $q = \frac{\pi}{3}$.

94 (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_0 = 90$ et de raison q.

1. Exprimez $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$ en fonction de n et de q.

2. Déterminez la raison de la suite (u_n) si S_n a pour limite 150.

95 Écriture décimale

On sait que l'écriture décimale d'un nombre rationnel est soit finie, soit périodique à partir d'un certain rang.
Par exemple, $\frac{15}{4} = 3{,}75$: écriture décimale finie ; et $\frac{15}{11} = 1{,}36\ 36\ 36\ldots$: écriture décimale illimitée avec une période de longueur 2. Réciproquement toute écriture décimale illimitée périodique à partir d'un certain rang est l'écriture décimale d'un nombre rationnel.
Par conséquent, 3,236 236 236… avec une période de longueur 3 est l'écriture décimale d'un nombre rationnel.
On veut retrouver ce rationnel r.

1. Justifiez que $r = 3 + 236 \times 10^{-3} + 236 \times 10^{-6} + 236 \times 10^{-9} + \ldots$

2. On pose $u_1 = 236 \times 10^{-3}$, $u_2 = 236 \times 10^{-6}$, $u_3 = 236 \times 10^{-9}$, …
Montrez que la suite (u_n) ainsi définie est une suite géométrique dont on donnera la raison q.

3. Exprimez $S_n = u_1 + u_2 + \ldots + u_n$ en fonction de n.

4. Déterminez la limite de (S_n).

5. Donnez l'écriture fractionnaire de r.

SUITES ARITHMÉTICO-GÉOMÉTRIQUES

96 (u_n) est la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 2u_n - 3$.

1. Calculez u_1, u_2, u_3, u_4.

2. On pose $v_n = u_n - 3$.

a) Montrez que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2.

b) Exprimez v_n en fonction de n.

3. Exprimez u_n en fonction de n.

4. Déterminez la limite de la suite (u_n).