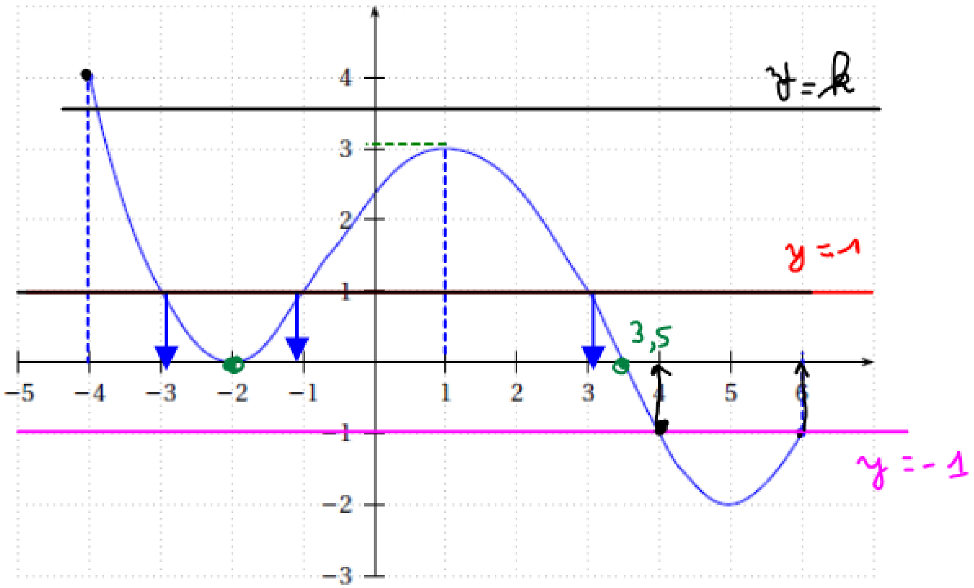
EXERCICE 1

On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-dessous :



1. Donner le domaine de définition de f.
2. Déterminer graphiquement l'image de 1 par la fonction f. Donner $f(-2)$.
3. Déterminer s'ils existent, les antécédents de 1 puis ceux de 0 par la fonction f.
4. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -1$
5. Résoudre l'inéquation $f(x) > 0$.
6. Résoudre l'inéquation $f(x) \leqslant 1$.
7. Établir le tableau des variations de la fonction f.
8. Quel est le maximum de la fonction f sur son domaine de définition. Préciser la valeur pour laquelle il est atteint.
9. A quel intervalle appartient $f(x)$ lorsque x appartient au domaine de définition de f ?
10. Déterminer l'ensemble des nombres qui ont exactement trois antécédents.

1. $\mathcal{D}_f = [-4;6]$ 2. $f(1) = 3$ $f(-2) = 0$

3. • $f(x) = 1 \iff x = -3$ ou $x = -1$ ou $x = 3$

• $f(x) = 1 \iff x \in \{-3;-1;3\}$

• $f(x) = 1$: $\mathcal{S} = \{-3;-1;3\}$

$f(x) = 0 \iff x = -2$ ou $x = 3,5$

4. $f(x) = -1$: $\mathcal{S} = \{4;6\}$

5. $f(x) > 0 \iff x \in [-4;-2[\cup]-2;3,5[$

remarque $f(x) \geqslant 0 \iff x \in [-4;3,5]$

6. $f(x) \leqslant 1 \iff x \in [-3;-1] \cup [3;6]$

7.

x	-4		-2		1		5		6
$f(x)$	4	↘	0	↗	3	↘	-2	↗	-1

8. $\underset{\mathcal{D}}{\mathrm{Max}}\, f = 4$ atteint en -4

9. $\forall x \in [-4;6]$, $f(x) \in [-2;4]$

pour tout $-4 \leqslant x \leqslant 6$ on a $-2 \leqslant f(x) \leqslant 4$

10. $\forall k \in]0;3[$ k possède 3 antécédents par f

Exercice 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O ;I,J) et on considère les points :

$$A(6,4\,;\ 1,7) \qquad B(-1\,;\ -3,7) \qquad E(6\,;\ -3) \qquad R(2,6\,;\ -1)$$

1. Le point R est-il le milieu du segment [AB] ? Justifier votre réponse par un calcul.
2. Calculer les coordonnées du point U, symétrique du point E par rapport au point R.
3. Le quadrilatère BEAU est-il un parallélogramme ? justifier votre réponse et énoncer la propriété utilisée.

à faire en travail personnel …

Exercice 4

x	-9	-8	-7	-6	-1	0	1	2	5	6	7	8	9	11
$f(x)$	1			2	0	$f(0)$	-5		0		3			2

1. Comparer lorsque c'est possible. (justifier chaque réponse)

   a) $f(5)$ et $f(6)$ b) $f(9)$ et $f(8)$

   c) $f(2)$ et $f(-8)$ d) $f(-7)$ et $f(0)$

2. Quel est le minimum de la fonction f sur son domaine de définition. Préciser la valeur pour laquelle il est atteint.

3. Résoudre l'inéquation $f(x) < 0$.

2) $\text{Min} f = -5$ atteint en 1
$[9; 11]$.

3) $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-1; 5[$

1) a) 5 et 6 sont 2 réels de $[1; 7]$
Or f est croissante sur $[1; 7]$
donc f conserve l'ordre sur $[1; 7]$

$5 < 6$ donc $f(5) < f(6)$

b) 8 et 9 sont 2 réels de $[7; 11]$
Or f est décroissante sur $[7; 11]$
Donc f change l'ordre sur $[7; 11]$

$8 < 9$ donc $f(8) > f(9)$

c) $f(2) < 0$; $f(-8) > 1$
donc $f(-8) > 1 > 0 > f(2)$
donc $f(-8) > f(2)$

d) $1 < f(-7) < 2$
$-5 < f(0) < 0$
donc $-5 < f(0) < 0 < 1 < f(-7) < 2$

par conséquent $f(0) < f(-7)$

D'après l'exercice 29 de la feuille d'exercices

Dans un plan muni d'un repère (O,I,J) on place les points suivants.

$+6,4$

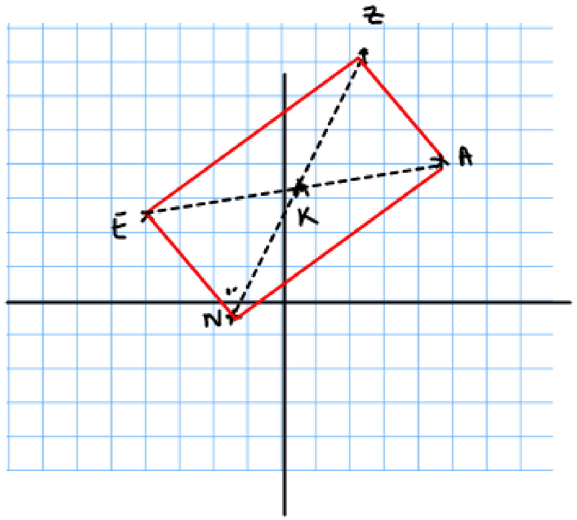
N(-1,6 ; -0,8) E(-4;2,4) Z(2,4 ; 7,2)

$+4,8$

K est le milieu de [NZ]

A est le symétrique de E par rapport à K.

Quelle est la nature du quadrilatère NAZE ?



$A(4,8 ; 4)$

$E(-4 ; 2,4)$

Calculons les coordonnées de K

$x_K = \dfrac{x_N + x_Z}{2}$ $\quad y_K = \dfrac{y_N + y_Z}{2}$ $\quad K(0,4 ; 3,2)$

Calculons les coordonnées de A.

A est le symétrique de E par rapport à K $\Leftrightarrow K = m[AE]$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_K = \dfrac{x_A + x_E}{2} \\ y_K = \dfrac{y_A + y_E}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x_K = x_A + x_E \\ 2y_K = y_A + y_E \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 2x_K - x_E \\ y_A = 2y_K - y_E \end{cases}$$ donc $A(4,8 ; 4)$

Vérification $-1,6+6,4$ $\quad -0,8+4,8$

$K = m[AE]$, $K = m[NZ]$: Dans le quadrilatère NAZE les diagonales se coupent en leur milieu K, donc NAZE est un parallélogramme

Démontrons que NAZE est un rectangle.

$AE^2 = (x_E - x_A)^2 + (y_E - y_A)^2 = (-8,8)^2 + (-1,6)^2 = 80$

$NZ^2 = (x_Z - x_N)^2 + (y_Z - y_N)^2 = (4)^2 + (8)^2 = 80$

donc $AE = NZ = \sqrt{80} = \sqrt{16 \times 5} = \sqrt{16} \times \sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

Dans le parallélogramme NAZE les diagonales sont de même longueur donc NAZE est un rectangle.