

I Taux d'évolution - variation relative

1) Évolution d'une grandeur : variation absolue

on étudie la façon dont une grandeur y évolue d'une valeur y_1 à une valeur y_2 .

schéma: $y_1 \longrightarrow y_2$

Définition: La différence $y_2 - y_1$ est appelé variation absolue de y_1 à y_2

- si la variation absolue est positive alors la grandeur a augmenté
- si la variation absolue est négative alors la grandeur a diminué.

Exemple: activité 1	Année	2006	2007	2008	2009	2010
(2007) 62279	Nuitée (en milliers)	63748	62279	63494	68080	68835
(2008) 63494						

- de 2007 à 2008 la variation absolue du nombre de nuitées est $63494 - 62279 = 1215$ milliers

Le nombre de nuitées a augmenté de 1215 milliers de 2007 à 2008.

(2006)
 63748 \longrightarrow (2007)
 62279

- de 2006 à 2007, la variation absolue du nombre de nuitées est $62279 - 63748 = -1419$ milliers
donc le nombre de nuitées a baissé de 1419 milliers de 2006 à 2007

2) Evolution d'une grandeur : variation relative ou taux d'évolution

On étudie la façon dont une quantité y évolue d'une valeur y_1 à une valeur y_2

Schéma: $y_1 \xrightarrow{+t\%} y_2$ Variation absolue

Définition: Le quotient $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$ est appelé **variation relative** ou **taux d'évolution** de y_1 à y_2

- si $t > 0$ alors on a une augmentation
- si $t < 0$ alors on a une baisse

Exemple: Activité 1

Année	2006	2007	2008	2009	2010
Nuitée (en milliers)	63 748	62 279	63 494	68 080	68 835

• $2007 \xrightarrow{+t\%} 2008$
 $62\,279 \rightarrow 63\,494$

De 2007 à 2008, le taux d'évolution du nombre de nuitées est :

$$t = \frac{63\,494 - 62\,279}{62\,279} = 0,02 = \frac{2}{100} = 2\% \quad ; \quad \text{le nombre de nuitées a augmenté de } 2\% \text{ de } 2007 \text{ à } 2008$$

• $2006 \xrightarrow{+t\%} 2007$
 $63\,748 \rightarrow 62\,279$

De 2006 à 2007, le taux d'évolution du nombre de nuitées est :

$$t = \frac{62\,279 - 63\,748}{63\,748} = -0,023 = -2,3\% \quad ; \quad \text{En } 2007, \text{ le nombre de nuitées a baissé de } 2,3\%$$

par rapport à 2006.

Remarque: on a vu dans l'activité 2 que **les pourcentages d'évolution ne s'ajoutent pas.**

Exemple vu dans l'activité 2:

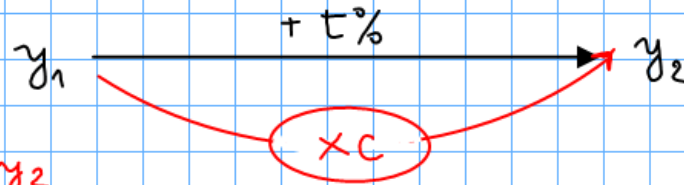
$$y_1 \xrightarrow{+6\%} y_2 \xrightarrow{+6\%} y_3 \xrightarrow{+6\%} y_4$$

Augmenter 3 fois de 6% successivement revient à augmenter de 19,1% et non de 18%!

II Coefficient multiplicateur :

1) Definition

Le coefficient multiplicateur associé à une évolution de $t\%$ est $C = 1 + \frac{t}{100}$



Propriétés :

- $C = \frac{y_2}{y_1}$

- $C > 1$ lorsqu'il y a une hausse

- $0 < C < 1$ lorsqu'il y a une baisse

- $C = 1 + \frac{t}{100}$

- $t = (C - 1) \times 100$

Exemples : Déterminer le coefficient multiplicateur associé aux évolutions suivantes

a) hausse de 13%

Augmenter de 13% revient à multiplier par $C = 1 + \frac{t}{100} = 1 + \frac{13}{100} = 1,13$

on a une hausse : $C > 1$

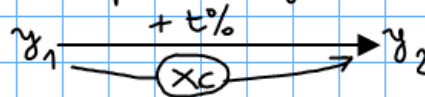
b) baisse de 16%

Diminuer de 16% revient à multiplier par $C = 1 + \frac{t}{100} = 1 + \left(\frac{-16}{100}\right) = 0,84$

on a une baisse : $0 < C < 1$

2) Notations :

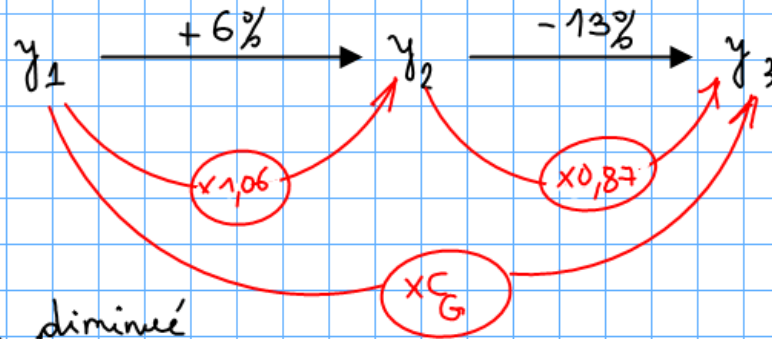
Par convention, on représentera le taux d'évolution par une flèche droite, et le coefficient multiplicateur associé par une flèche arrondie.



3. Évolutions successives

Méthode: Lors d'évolutions successives les taux d'évolution ne s'ajoutent pas mais on multiplie les coefficients multiplicateurs

Exemples: le prix du kg de bœuf augmente de 6% puis diminue de 13%
Quel est le taux d'évolution global correspondant à ces 2 évolutions successives?



$$C_G = 1,06 \times 0,87 = 0,9222$$

$$t_G\% = C_G - 1 = -0,0778 = -7,78\%$$

Au bilan, le prix du kg de bœuf a diminué

de 7,78%

4. Évolution réciproque.

On considère 2 valeurs strictement positives y_1 et y_2 .

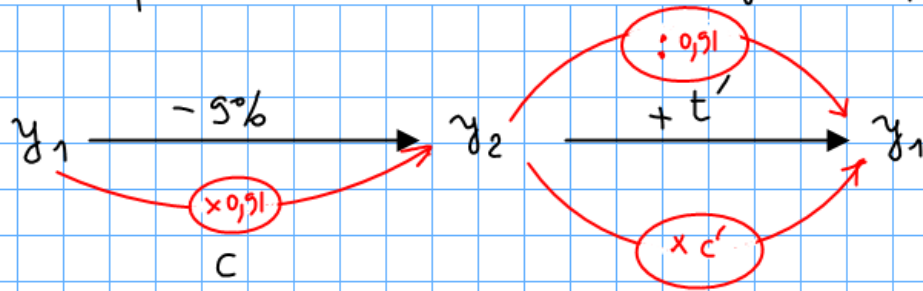
On désigne par t le taux d'évolution de y_1 à y_2 et par t' le taux d'évolution de

y_2 à y_1 . t' est appelé taux d'évolution réciproque. Soit c le coefficient multiplicateur

associé à t , et c' le coefficient multiplicateur associé à t' , alors $C' = \frac{1}{C}$

Exemple: Le cours d'une action a diminué de 9%.

De quel taux l'action doit-elle augmenter pour retrouver son cours initial ?



$$c = 0,91$$

$$c' = \frac{1}{c} = \frac{1}{0,91} = 1,0989$$

$$\frac{t'}{100} = c' - 1 = 0,0989$$
$$= \frac{9,89}{100}$$

Propriété: diviser revient à multiplier par l'inverse

Le cours de l'action doit augmenter de 9,89% pour retrouver son cours initial.