Chapitre 3 : Évolutions

I Taux d'évolution - variation relative

1) Évolution d'une grandeur : variation absolue

On étudie la façon dont une grandeur y évolue d'une valeur y_1 à une valeur y_2.

schéma : $y_1 \longrightarrow y_2$

Définition : La différence $y_2 - y_1$ est appelée variation absolue de y_1 à y_2

- si la variation absolue est positive alors la grandeur a augmenté
- si la variation absolue est négative alors la grandeur a diminué.

Exemple : activité 1

Année	2006	2007	2008	2009	2010
Nuitée (en milliers)	63 748	62 279	63 494	68 080	68 835

$\underset{62279}{(2007)} \longrightarrow \underset{63494}{(2008)}$

- de 2007 à 2008 la variation absolue du nombre de nuitées est $63494 - 62279 = 1215$ milliers

Le nombre de nuités a augmenté de 1215 milliers de 2007 à 2008.

$\underset{63748}{(2006)} \longrightarrow \underset{62279}{(2007)}$

- de 2006 à 2007, la variation absolue du nombre de nuitées est $62279 - 63748 = -1419$ milliers

donc le nombre de nuités a baissé de 1419 milliers de 2006 à 2007

2) Évolution d'une grandeur : variation relative ou taux d'évolution

On étudie la façon dont une quantité y évolue d'une valeur y_1 à une valeur y_2

Schéma : $y_1 \xrightarrow{+t\,\%} y_2$

Variation absolue

Définition : • Le quotient $t = \dfrac{y_2 - y_1}{y_1}$ est appelé variation relative ou taux d'évolution de y_1 à y_2

situation initiale

• si $t > 0$ alors on a une augmentation

• si $t < 0$ alors on a une baisse

Exemple : Activité 1

Année	2006	2007	2008	2009	2010
Nuitée (en milliers)	63 748	62 279	63 494	68 080	68 835

• $\overset{2007}{62\,279} \xrightarrow{+t\%} \overset{2008}{63\,494}$ De 2007 à 2008, le taux d'évolution du nombre de nuités est :

$t = \dfrac{63494 - 62279}{62279} = 0{,}02 = \dfrac{2}{100} = 2\,\%$: le nombre de nuitées a augmenté de 2 % de 2007 à 2008

• $\overset{2006}{63\,748} \xrightarrow{+t\%} \overset{2007}{62\,279}$ De 2006 à 2007, le taux d'évolution du nombre de nuités est :

$t = \dfrac{62279 - 63748}{63748} = -0{,}023 = -2{,}3\,\%$: En 2007, le nombre de nuités a baissé de 2,3 % par rapport à 2006.

Remarque : on a vu dans l'activité 2 que les pourcentages d'évolution ne s'ajoutent pas.

Exemple vu dans l'activité 2 : $y_1 \xrightarrow{+6\%} y_2 \xrightarrow{+6\%} y_3 \xrightarrow{+6\%} y_4$

Augmenter 3 fois de 6 % successivement revient à augmenter de 19,1 % et non de 18 % !

II Coefficient multiplicateur :

1) Définition

Le coefficient multiplicateur associé à une évolution de $t\%$ est $c = 1 + \frac{t}{100}$

$$\begin{tikzcd} y_1 \arrow[r, "+t\%"] \arrow[r, bend right, "\times c"'] & y_2 \end{tikzcd}$$

Propriétés :

- $c = \frac{y_2}{y_1}$
- $c > 1$ lorsqu'il y a une hausse
- $0 < c < 1$ lorsqu'il y a une baisse
- $c = 1 + \frac{t}{100}$
- $t = (c - 1) \times 100$

exemples : Déterminer le coefficient multiplicateur associé aux évolutions suivantes

a) hausse de 13%

Augmenter de 13% revient à multiplier par $c = 1 + \frac{t}{100} = 1 + \frac{13}{100} = 1{,}13$

on a une hausse : $c > 1$

b) baisse de 16%

Diminuer de 16% revient à multiplier par $c = 1 + \frac{t}{100} = 1 + \left(\frac{-16}{100}\right) = 0{,}84$

on a une baisse : $0 < c < 1$

2) Notations :

Par convention, on représentera le taux d'évolution par une flèche droite, et le coefficient multiplicateur associé par une flèche arrondie.

$$\begin{tikzcd} y_1 \arrow[r, "+t\%"] \arrow[r, bend right, "\times c"'] & y_2 \end{tikzcd}$$

3. Évolutions successives

Méthode : Lors d'évolutions successives les taux d'évolution ne s'ajoutent pas mais on multiplie les coefficients multiplicateurs

exemples : le prix du kg de boeuf augmente de 6% puis diminue de 13%
Quel est le taux d'évolution global correspondant à ces 2 évolutions successives ?

$$\begin{tikzcd} y_1 \arrow[r, "+6\%"] \arrow[r, bend right, "\times 1{,}06"'] \arrow[rr, bend right=60, "\times C_G"'] & y_2 \arrow[r, "-13\%"] \arrow[r, bend right, "\times 0{,}87"'] & y_3 \end{tikzcd}$$

$C_G = 1{,}06 \times 0{,}87 = 0{,}9222$

$t_G\% = C_G - 1 = -0{,}0778 = -7{,}78\%$

Au bilan, le prix du kg de boeuf a diminué de 7,78%

4. Évolution réciproque.

On considère 2 valeurs strictement positives y_1 et y_2.
On désigne par t le taux d'évolution de y_1 à y_2 et par t' le taux d'évolution de y_2 à y_1. t' est appelé taux d'évolution réciproque. Soit c le coefficient multiplicateur associé à t, et c' le coefficient multiplicateur associé à t', alors $C' = \dfrac{1}{C}$

<u>Exemple</u> : Le cours d'une action a diminué de 9%.
De quel taux l'action doit-elle augmenter pour retrouver son cours initial ?

$$\begin{tikzcd}
y_1 \arrow[r, "-9\%"] \arrow[r, bend right, "\times 0{,}91"'] & y_2 \arrow[r, "+t'"] \arrow[r, bend left, ": 0{,}91"] \arrow[r, bend right, "\times c'"'] & y_1
\end{tikzcd}$$

c

<u>Propriété</u> : diviser revient à multiplier par l'inverse

$c = 0{,}91$

$c' = \dfrac{1}{c} = \dfrac{1}{0{,}91} = 1{,}0989$

$\dfrac{t'}{100} = c' - 1 = 0{,}0989$

$= \dfrac{9{,}89}{100}$

Le cours de l'action doit augmenter de 9,89% pour retrouver son cours initial.