

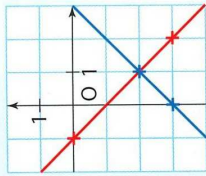
Expressions algébriques et équations

A l'oral

23 Indiquer les nombres manquants.

- a)  $(x + \dots)^2 = x^2 + \dots + 9$
- b)  $(x - \dots)^2 = \dots - 4x + \dots$
- c)  $x - 10x^2 = x(\dots - 10 \dots)$
- d)  $3x^2 - 4x = x(\dots - \dots)$

24 f et g sont les fonctions affines représentées ci-contre respectivement en rouge et en bleu. Résoudre graphiquement :



- a)  $f(x) = 0$
- b)  $f(x) = -3$
- c)  $g(x) = -3$
- d)  $g(x) = f(x)$

25 Parmi les équations suivantes, lesquelles correspondent à une équation « produit nul » ?

- a)  $(x+3)(x-7) = 0$
- b)  $(2x-1)(x-4) = 2$
- c)  $x(x-1) = 0$
- d)  $(x-3) + (x-1) = 0$

26 Dans chaque cas, dire si  $\frac{1}{3}$  est solution.

- a)  $8x+1=6x+2$
- b)  $-3x+1=0$
- c)  $(2x+1)(10x-5)=0$
- d)  $\frac{1}{3} - 2x = \frac{3}{4}$

27 Résoudre mentalement chaque équation.

- a)  $3x-6=0$
- b)  $3x+6=0$
- c)  $(x-1)(x+2)=0$
- d)  $(-x+4)(x+3)=0$

28 Donner une équation « produit nul » dont -3 et 5 sont les solutions.

Pour les exercices 29 à 32, développer, puis réduire.

29  $A = (x-2)^2$   
 $B = (x+3)(x-1)$   
 $C = (x-4)(2-x)$   
 $D = (x-2)(x+2)$

30  $A = (x+2)(3x-1)$   
 $B = (2x-1)^2$   
 $C = (4x+1)^2$   
 $D = (2x-1)(-3x+1)$

31  $A = 3(x-2)(x+5)$   
 $B = -2(x+3)(2x-4)$   
 $C = (2-x^2)(3+x)$   
 $D = 2(x-3)^2$

32  $A = (x+1)(x-4) + (x+3)(x-1)$   
 $B = (x+1)^2 - (x+3)(x-5)$

33 Voici la copie de Baptiste.

a)  $(x+1)(x-3) = x^2 - 3$   
 b)  $(3x-2)^2 = 3x^2 - 4$

A quelles consignes a-t-il voulu certainement répondre ?  
 Que pensez-vous de ses réponses ?

34 Voici deux programmes de calcul.

**Programme 1**

- Choisir un nombre.
- Soustraire 1.
- Élever au carré.
- Multiplier par 4.
- Soustraire 1.

**Programme 2**

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 2 et soustraire 1.
- Multiplier le nombre choisi par 2 et soustraire 3.
- Multiplier les deux nombres trouvés.

1. Quel nombre obtient-on avec chaque programme lorsqu'on choisit :

- a) -1 ?
- b) 0 ?
- c) 1 ?
- d) 2 ?

2. a) Émettre une conjecture quant à ces deux programmes de calcul.

b) Démontrer cette conjecture.

35 a) Avec le tableur, saisir la feuille de calcul ci-contre.

	A	B
1	1	$=A1^2-(A1-6)*(A1+6)$
2	5	
3	10	
4	15	
5	20	

Recopier la cellule B1 vers le bas.

b) Émettre une conjecture. La démontrer.

36 1. a) Développer  $(x+1)(x+2)$ .

b) En déduire le développement de :  
 $E = (x+1)(x+2)(x+3)$

2. Développer  $F = (a+b+c)^2$  en remarquant que F peut s'écrire  $[(a+b)+c]^2$ .

37 Justifier les affichages obtenus avec ce logiciel de calcul formel.

1	$4-(x-3)^2$
o	Développer: $-x^2 + 6x - 5$
2	$(x+1)^2-(x-1)^2$
o	Développer: $4x$

Pour les exercices 38 à 40, repérer un facteur commun et factoriser.

38  $A = (x-5)(x+2) + (x-5)(x-7)$   
 $B = x^2 - 10x$

39  $A = x(x+2) + 3x$   
 $B = x^2 - 5x$

$C = (x+2)(x+1) - 2(x+1)$   
 $D = (x+3)(x-2) - (x-2)(2x+1)$

40  $A = (x+3)^2 - (x+1)(x+3)$   
 $B = (x+4)(x-1) - (x-3)(x+4)$   
 $C = 2x(x+3) + x(x+3)(x+2)$

Pour les exercices 41 et 42, reconnaître une identité remarquable, puis factoriser.

41  $A = x^2 - 9$   
 $B = 4x^2 - 20x + 25$   
 $C = (2x-1)^2 - (x+1)^2$   
 $D = x^2 - 6x + 9$

42  $A = 1 + 6x + 9x^2$   
 $B = (3x-1)^2 - 25$   
 $C = x^4 - 1$   
 $D = x^4 - 2x^2 + 1$

43  $A = 3x + 6 + (x+2)(x-8)$

1. a) Factoriser  $3x+6$ .

b) En déduire une factorisation de A.

2. Factoriser :

a)  $B = x^2 - 4 + (x-1)(x+2)$   
 b)  $C = x^2 + 4x + (x+1)(x+4)$

44 « Le coup du 1 »

$A = (x+4)(x-3) + (x+4)(x-1) + x+4$

Voici la factorisation obtenue par Alice :

$A = (x+4)(x-3) + (x+4)(2x-4)$

1. a) Calculer les deux expressions de A pour  $x=0$ . Que peut-on en conclure ?

b) Kenza commence à factoriser A en écrivant :

$A = (x+4)(x-3) + (x+4)(x-1) + (x+4) \times 1$

Poursuivre le travail de Kenza afin de factoriser A.

2. Factoriser :

a)  $B = (2x-1)(x+3) + 2x-1$

b)  $C = (x+1)^2 + (x+1)(x-2) + x+1$

3. Démontrer que pour tout nombre réel x,  $(x+6)(x+7) = (x+6)^2 + x+6$

45 « Le coup du -1 »

On souhaite factoriser  $A = (2x-1)(x+2) - 2x+1$ . Il semble qu'il n'y ait pas de facteur commun.

1. a) Recopier et compléter :

$A = (2x-1)(x+2) + (-1) \times (\dots - \dots)$

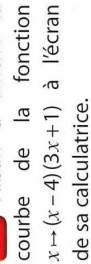
b) En déduire une factorisation de A.

2. Factoriser :

a)  $B = (x-2)(x+1) - x+2$

b)  $C = (x-3)^2 - x+3$

46 Alban a affiché la



courbe de la fonction  $x \mapsto (x-4)(3x+1)$  à l'écran de sa calculatrice.

Il affirme : « L'équation  $(x-4)(3x+1) = 0$  n'a qu'une seule solution ».

Qu'en pensez-vous ?

1	$f(x) = 4(x-1)^2 - 9$	M
x	$\rightarrow 4(x-1) - 9$	M
2	développer $f(x)$	M
3	factoriser $f(x)$	M
4	développer $f(x-7)$	M
5	factoriser $f(x-7)$	M

47 Parmi les expressions obtenues ci-contre avec un logiciel de calcul formel, utiliser celle qui est la mieux adaptée pour résoudre chacune des équations :

a)  $f(x) = 0$

b)  $f(x) = 7$

c)  $f(x) = 4x^2$

48 f est la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$f(x) = (x-3)^2 - 25$  (1)

1. Prouver que pour tout nombre réel x :

a)  $f(x) = x^2 - 6x - 16$  (2)

b)  $f(x) = (x-8)(x+2)$  (3)

2. Répondre à chaque question en utilisant celle des formes (1), (2) ou (3) qui est la plus adéquate.

a) Calculer  $f(3)$ .

b) Résoudre  $f(x) = 0$ .

c) Résoudre  $f(x) = -16$ .

d) Résoudre  $f(x) = -25$ .

49 Emma et Pierre travaillent en binôme pour résoudre l'équation :

$(x+3)(x-7) - (x-1)(x+2) = 0$

Emma affirme : « Je peux résoudre l'équation à l'aide d'une factorisation ».

Pierre répond : « Inutile de factoriser, si je développe

chaque produit, les  $x^2$  s'éliminent ».

a) Que penser des arguments de chacun ?

b) En déduire la résolution de cette équation.