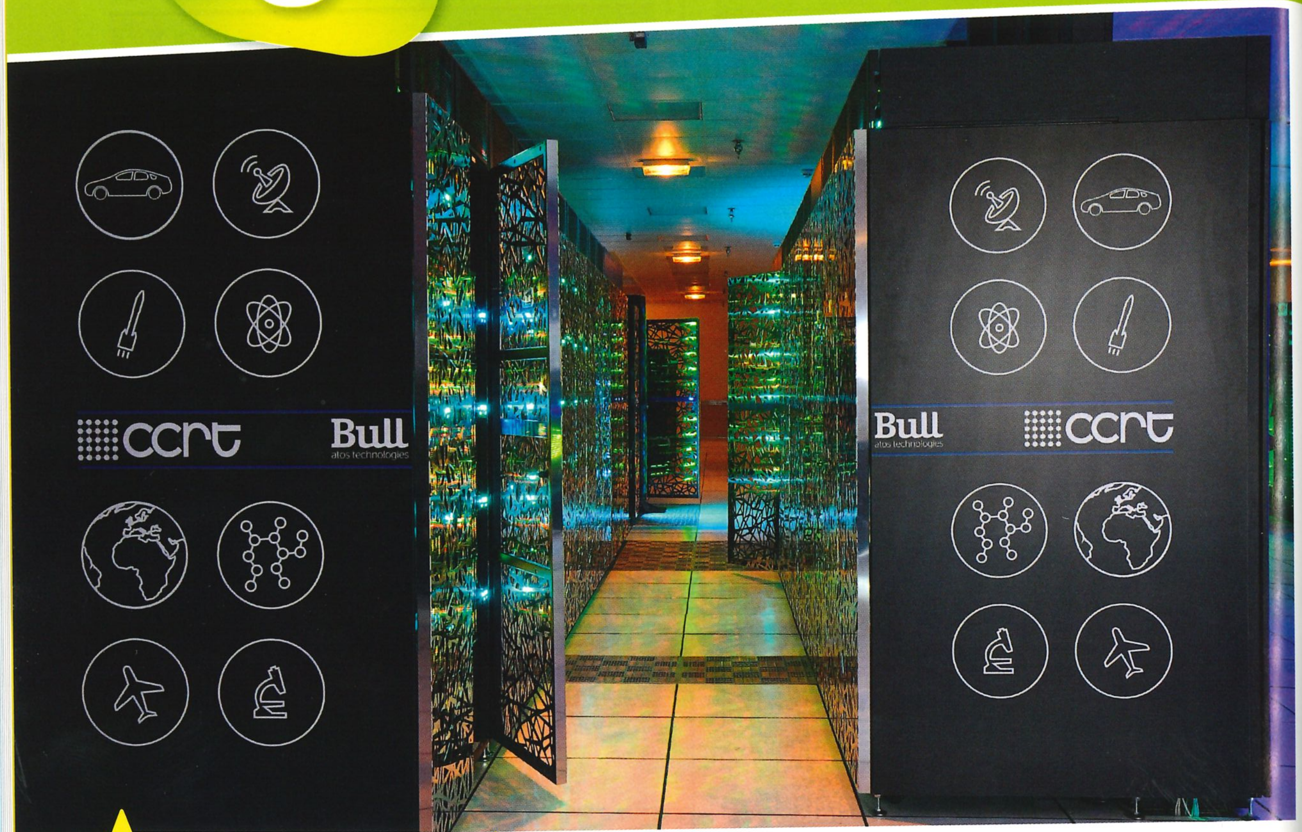
3 Expressions algébriques. Équations et inéquations du 1er degré



Le CEA (Commissariat à l'Énergie Atomique) vient de s'équiper du supercalculateur Tera 1000 Bull Sequana ; il est capable de résoudre des systèmes d'équations à plusieurs milliards d'inconnues.

Au fil des siècles

Gottfried Wilhelm Leibniz (1646-1716) est un mathématicien allemand. Il est le premier en Occident à mettre au point une méthode de résolution des systèmes d'équations à deux inconnues.

Rechercher sur Internet des activités de Leibniz autres que mathématiques.

Les capacités du programme

	Choix d'exercices	
• Développer, factoriser des expressions polynomiales simples.	29 38	43
• Identifier la forme la plus adéquate d'une expression.	2 47	48
• Résoudre des équations ou inéquations du 1er degré.	27 60	62
• Donner le tableau de signes de $ax+b$.	5 55	59
• Résoudre un système de deux équations du 1er degré à deux inconnues.	9 71	76

Bien démarrer

Travailler en autonomie

1 Utiliser quelques règles de calculs

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse et justifier.
Pour tout nombre réel x :

a) $4x+x$ est égal à $4x^2$; **b)** $(3x)^2$ est égal à $3x^2$; **c)** $x\times5x$ est égal à $5x^2$;

d) si $x\neq-3$, alors $\dfrac{4+x}{3+x}$ est égal à $\dfrac{4}{3}$; **e)** si $x\neq1$, alors $\dfrac{4(x+3)}{4(x-1)}$ est égal à $\dfrac{x+3}{x-1}$.

2 Transformer des expressions algébriques

Dans chaque cas, indiquer la réponse par A, B, C ou D.

Pour tout nombre réel x,	A	B	C	D
$(x-1)^2$ est égal à …	x^2-1	$x^2-2\times x\times(-1)+1$	x^2-2x+1	je ne sais pas
$(x+3)(x-1)$ est égal à …	x^2-3	x^2+2x-3	x^2-2x-3	je ne sais pas
x^2-4x est égal à …	$-3x$	$x(x-4)$	$x-4$	je ne sais pas
Une forme factorisée de $x^2-10x+25$ est …	$(x-5)^2$	$x(x-10)+25$	$(x-5)(x+5)$	je ne sais pas

3 Utiliser le tableur

a) Avant de recopier vers la droite, quelle formule a-t-on saisie en cellule B2 ? en cellule B3 ?

b) Sur cette feuille de calcul, lire une solution de l'équation :

- $3x+4=13$
- $3x+4=14-2x$
- $14-2x=7$
- $(3x+4)-(14-2x)=x$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	x	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
2	**$3x+4$**	4	5,5	7	8,5	10	11,5	13	14,5
3	**$14-2x$**	14	13	12	11	10	9	8	7

4 Résoudre une équation

Résoudre algébriquement chaque équation.

a) $3-7x=3x+2$ **b)** $5x+6=2x+2$ **c)** $2(x+8)+3=4-3x$

5 Résoudre une inéquation

On considère l'inéquation $4x-5\leqslant x+7$.

a) Pour chaque nombre, dire s'il est solution de l'inéquation.

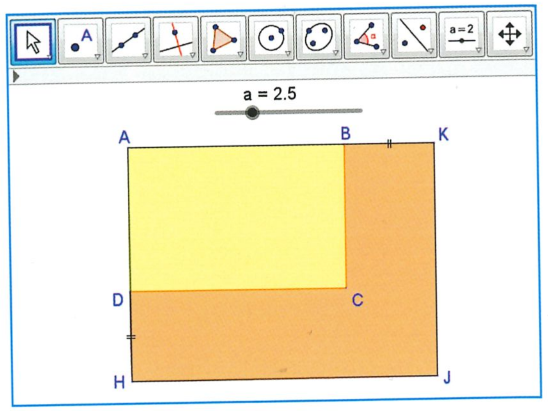
- -5 • 0 • 4 • 10

b) Résoudre cette inéquation et représenter ses solutions sur une droite graduée.

Aide et corrigés sur le site **hyperbole.nathan.fr/2de-2017**

1 Résoudre une équation

Un agriculteur possède un champ rectangulaire (en jaune) de dimensions 6 hm sur 4 hm.
Une parcelle voisine (en orange) qui jouxte son champ est à vendre. Il souhaite en acheter une partie de façon que son nouveau champ soit toujours rectangulaire mais de superficie double par rapport à son champ actuel.



Problème

Modéliser la situation et décider de la parcelle à acheter.

1 Modéliser la situation

On représente le champ actuel par un rectangle ABCD tel que $AB = 6$ et $AD = 4$.
On note H et K des points tels que $DH = BK$ de façon que B soit un point du segment $[AK]$ et D un point du segment $[AH]$. On note J le point tel que AKJH est un rectangle.
On assimile la parcelle à acheter au polygone BKJHDC.

a) Avec un logiciel de géométrie, créer un curseur a allant de 0 à 10 avec un incrément de 0,1 (utiliser a=2 Curseur).
b) Réaliser la figure ci-dessus à droite avec, en particulier, $BK = DH = a$ (utiliser Segment de longueur donnée).
c) Afficher l'aire du polygone BKJHDC (utiliser cm² Aire).
d) Déplacer le curseur et conjecturer la position du point H répondant au souhait de l'agriculteur.

2 Résoudre le problème

a) Montrer que la superficie, en ha, du polygone BKJHDC est :
$$\mathcal{A}(a) = a^2 + 10a \quad \text{(avec } a \text{ en hm).}$$
b) Vérifier que pour tout nombre réel a,
$$a^2 + 10a = (a+5)^2 - 25.$$
c) Montrer que l'équation $\mathcal{A}(a) = 24$ équivaut à l'équation $(a+5)^2 - 7^2 = 0$.
d) Utiliser une factorisation pour résoudre cette équation.
e) Préciser alors à l'agriculteur, la parcelle qu'il doit acheter pour réaliser son souhait.

2 Résolution d'inéquations

Clémence souhaite assurer sa voiture. Une compagnie d'assurances lui propose trois formules qui couvrent toutes les mêmes garanties pendant un an et qui dépendent des kilomètres parcourus durant une année.
Le contrat stipule que le règlement doit être effectué à la souscription de l'assurance par estimation des kilomètres qui seront parcourus.
Une régularisation en fonction du nombre de kilomètres réellement parcourus sera effectuée à la fin de l'année suivant la souscription.

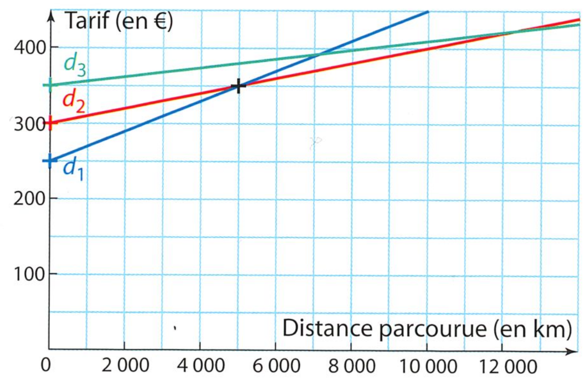
	Coût fixe annuel	Coût variable supplémentaire par kilomètre parcouru
Formule « Plénitude »	350 €	0,006 €
Formule « Sérénité »	300 €	0,01 €
Formule « Tranquillité »	250 €	0,02 €

Problème

Quelle formule conseiller à Clémence ?

1 Modéliser la situation

On note x le nombre de kilomètres parcourus (x désigne un nombre réel positif).
P, S, T désignent les fonctions qui à x associent le tarif (en €) de l'assurance avec respectivement les formules Plénitude, Sérénité, Tranquillité.



a) Justifier que $P(x) = 0{,}006x + 350$.
b) Exprimer $S(x)$, puis $T(x)$ en fonction de x.
c) Associer chacune des fonctions P, S, T à sa représentation graphique dans le repère ci-contre.

2 Résoudre des inéquations

a) Résoudre graphiquement l'inéquation $T(x) \leqslant S(x)$.
b) Peut-on résoudre graphiquement l'inéquation $S(x) \leqslant P(x)$ avec précision ? Expliquer.
c) Résoudre algébriquement l'inéquation $S(x) \leqslant P(x)$.

3 Interpréter pour le problème

À l'aide des questions précédentes, répondre au problème posé.

1 Expressions algébriques et équations

a. Développer, factoriser

DÉFINITIONS

- **Développer** un produit, c'est le transformer en somme.
- **Factoriser** une somme, c'est la transformer en produit.

PROPRIÉTÉS RAPPELS

- **Distributivité** de la multiplication par rapport à l'addition.

Développer

$k(a+b)=ka+kb$ — k est un **facteur commun** à ka et kb.

Factoriser

- **Double distributivité**

$(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$

- **Identités remarquables**

Développer

$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

Factoriser

EXEMPLES

- **Développement de $f(x) = (x-5)(4x+7)$**

$f(x)=x\times 4x+x\times 7+(-5)\times 4x+(-5)\times 7$

$f(x)=4x^2+7x-20x-35$ — on réduit

$f(x)=4x^2-13x-35$

- **Factorisation de $g(x) = 6x^2-12x$**

$g(x)=6x\times x-6x\times 2$

$g(x)=6x(x-2)$

b. Équations du premier degré à une inconnue

EXEMPLE : résolution de l'équation $2x-1=4x+1$

$2x-1=4x+1$

$2x-1-4x=4x+1-4x$

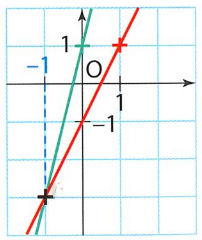
$-2x-1=1$

$-2x-1+1=1+1$

$-2x=2$

$\dfrac{-2x}{-2}=\dfrac{2}{-2}$ soit $x=-1$

Graphiquement, résoudre cette équation revient à lire, dans un repère, **l'abscisse** du point d'intersection des droites représentant les fonctions affines $x\mapsto 2x-1$ et $x\mapsto 4x+1$.



c. Équations « produit nul »

PROPRIÉTÉ RAPPEL

Un produit est nul si, et seulement si, l'un des facteurs est nul.
Autrement dit : **A × B = 0 équivaut à A = 0 ou B = 0.**

EXEMPLE : résolution de l'équation $(2x+1)(4-x)=0$

$(2x+1)(4-x)=0$ équivaut à $2x+1=0$ ou $4-x=0$,

c'est-à-dire $x=-\dfrac{1}{2}$ ou $x=4$.

Les solutions de l'équation sont donc les nombres réels $-\dfrac{1}{2}$ et 4.

Logique

L'emploi de « si et seulement si » ou « équivaut à » permet d'énoncer les propriétés ci-dessus en une seule phrase :
Si A × B = 0, alors A = 0 ou B = 0,
et aussi la réciproque :
Si A = 0 ou B = 0, alors A × B = 0.

Exercice résolu — Identifier la forme la plus adéquate d'une expression

1 Énoncé

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(x+2)(4x-1)-(x-5)(x+2)$.

1. Justifier algébriquement les affichages obtenus ci-contre avec un logiciel de calcul formel.
2. Dans chaque cas, résoudre l'équation en utilisant la forme la plus adéquate de $f(x)$.

a) $f(x)=0$ b) $f(x)=8$

Calcul formel

1 (x+2)(4x-1)-(x-5)(x+2)
Développer: $3x^2+10x+8$

2 (x + 2) (4x - 1) - (x - 5) (x + 2)
Factoriser: $(3x+4)(x+2)$

Solution

1. Ligne 1 : $f(x)=(x+2)(4x-1)-(x-5)(x+2)$

$f(x)=4x^2-x+8x-2-(x^2+2x-5x-10)$

$f(x)=4x^2+7x-2-(x^2-3x-10)$

$f(x)=4x^2+7x-2-x^2+3x+10$

$f(x)=3x^2+10x+8$

Ligne 2 : $f(x)=(x+2)(4x-1)-(x-5)(x+2)$

$f(x)=(x+2)((4x-1)-(x-5))$

$f(x)=(x+2)(4x-1-x+5)$

$f(x)=(x+2)(3x+4)$

2. a) $f(x)=0$ peut s'écrire $(x+2)(3x+4)=0$.

$(x+2)(3x+4)=0$ équivaut à $x+2=0$ ou $3x+4=0$

c'est-à-dire $x=-2$ ou $x=-\dfrac{4}{3}$.

-2 et $-\dfrac{4}{3}$ sont les solutions de l'équation $f(x)=0$.

b) $f(x)=8$ peut s'écrire $3x^2+10x+8=8$

c'est-à-dire $3x^2+10x=0$

$x(3x+10)=0$

$x=0$ ou $3x+10=0$

$x=0$ ou $x=-\dfrac{10}{3}$

0 et $-\dfrac{10}{3}$ sont les solutions de l'équation $f(x)=8$.

Conseils

- Penser à placer entre parenthèses le développement de $(x-5)(x+2)$ en raison du signe « − » devant $(x-5)(x+2)$.
- $x+2$ est un facteur commun apparent.
- La forme factorisée permet de se ramener immédiatement à une équation « produit nul ».
- La forme développée permet cette fois de se ramener ensuite à une équation « produit nul ».

À votre tour

2 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=(x+2)^2-1$

1. On se propose de résoudre l'équation $f(x)=0$.
a) Pour cela, vaut-il mieux factoriser ou développer l'expression de $f(x)$?
b) Résoudre alors l'équation $f(x)=0$.
2. Résoudre chacune des équations :
a) $f(x)=-1$
b) $f(x)=3$

3 Fred a utilisé l'affichage ci-dessous pour résoudre chacune des équations :

(E) $(x-4)(2x-1)-x(x-5)=0$

(F) $(x-4)(2x-1)-x(x-5)=16$

Qu'en pensez-vous ?

Calcul formel

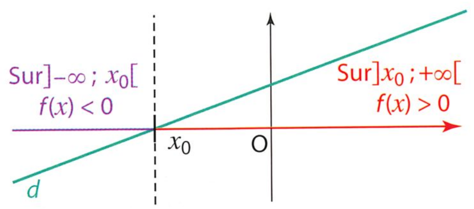
1 (x-4)(2x-1)-x(x-5)
Factoriser: $(x-2)^2$

2 Signe de $ax+b$ et inéquations

a. Signe de $ax+b$ (avec $a \neq 0$)

Dans un repère, d est la droite représentative d'une fonction affine $x \mapsto ax+b$.
Lorsque $a \neq 0$, la droite d coupe l'axe des abscisses en un point d'abscisse x_0.

$a>0$ donc f est croissante sur $\mathbb{R}$.



$a<0$ donc f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

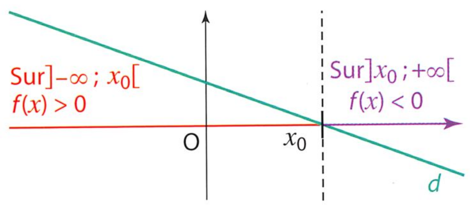


TABLEAU DE SIGNES DE $ax+b$

- Cas où $a>0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$-$	0	$+$	

- Cas où $a<0$

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
Signe de $ax+b$		$+$	0	$-$	

b. Inéquations du premier degré à une inconnue

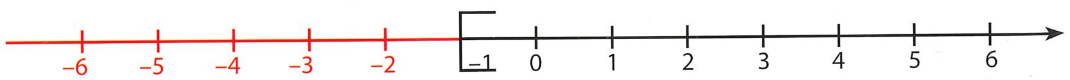
RÈGLES RAPPEL

Pour résoudre algébriquement une inéquation du 1[er] degré, on utilise les règles ci-dessous.
- On additionne ou on soustrait un même nombre aux deux membres de l'inéquation.
- On multiple ou on divise les deux membres de l'inéquation :
  – par un nombre **strictement positif** en conservant le sens de l'inégalité.
  – par un nombre **strictement négatif** en changeant le sens de l'inégalité.

EXEMPLE : résolution de l'inéquation $-4x-3>2x+3$

$-4x-3>2x+3$
$-4x-3+3>2x+3+3$ — On ajoute 3 à chaque membre de l'inégalité.
$-4x>2x+6$
$-4x-2x>2x+6-2x$ — On retranche $2x$ à chaque membre.
$-6x>6$
$\dfrac{-6x}{-6}<\dfrac{6}{-6}$ — On divise par -6 chaque membre de l'inégalité. $-6<0$ donc on change le sens de l'inégalité.
$x<-1$

L'ensemble des solutions de cette inéquation est donc l'intervalle **$]-\infty\,;-1[$**.
On a coloré cet ensemble en rouge sur la droite graduée ci-dessous :



Exercice résolu — **Donner le tableau de signes d'une fonction affine**

4 Énoncé

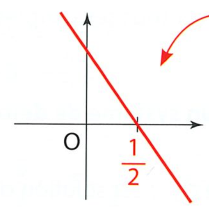
f est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-2x+1$.
a) Donner le tableau de signes de $f(x)$.
b) En déduire la résolution de l'inéquation $-2x+1 \geqslant 0$.

Solution

a) • On résout l'équation $-2x+1=0$. On obtient :

$-2x=-1$ soit $x=\dfrac{1}{2}$.

• Pour la fonction affine f, $a=-2$ donc $a<0$ et f est décroissante sur $\mathbb{R}$.
On trace succinctement **l'allure** de sa droite représentative dans un repère.



• D'où le tableau de signes de $f(x)$:

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
Signe de $-2x+1$		$+$	0	$-$	

b) On lit sur le tableau que $-2x+1 \geqslant 0$ équivaut à $x \leqslant \dfrac{1}{2}$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $-2x+1 \geqslant 0$ est donc l'intervalle $\left]-\infty\,;\dfrac{1}{2}\right]$.

Conseils

• On trace simplement l'allure de la droite représentant f en utilisant :
– le point d'intersection avec l'axe des abscisses ;
– le sens de variation de f (c'est-à-dire la droite « monte » ou « descend »).
• Pour résoudre $-2x+1 \geqslant 0$, on repère le signe + sur la 2[e] ligne du tableau et on lit les valeurs correspondantes de x sur la 1[re] ligne.

À votre tour

5 f est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x)=4x-3$
a) Donner le tableau de signes de $f(x)$.
b) En déduire la résolution de l'inéquation :
$4x-3>0$

6 g est la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par :
$g(x)=-3x-1$
a) Donner le tableau de signes de $g(x)$.
b) Célia affirme : « Sans calcul, je peux donner le signe de $g(-0{,}502)$ ».
Est-ce possible ?
c) Déduire du tableau de signes obtenu au **a)** la résolution de chacune des inéquations :
- $-3x-1 \leqslant 0$
- $-3x-1>0$

7 f et g sont des fonctions affines définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-5x+5$ et $g(x)=5x-3$.
1. Donner le tableau de signes :
a) de $f(x)$;
b) de $g(x)$.
2. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier à l'aide de la question **1.**
a) Elie affirme : « Je peux dire que $f(0{,}982)$ est positif sans effectuer de calcul ».
b) Quentin déclare : « Il existe un nombre réel inférieur à 2 dont l'image par f est positive ».
c) Karen note : « Pour tout nombre réel x négatif, son image $g(x)$ est négative ».
d) Geoffroy dit : « Il existe des nombres réels x tels qu'à la fois $f(x)$ et $g(x)$ sont positifs ».

3 Systèmes de deux équations du 1er degré

a, b, c, a', b', c' sont des nombres réels donnés.

a. Système de deux équations à deux inconnues

(S) est le système $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ d'inconnues x et y.

Une solution de ce système est **un couple** $(x\,;y)$ qui est **simultanément** solution de chacune des deux équations.

Résoudre un système, c'est trouver tous ses couples solutions.

EXEMPLE : $\begin{cases} \mathbf{x+y=4} \\ \mathbf{2x-y=5} \end{cases}$ **est un système de deux équations à deux inconnues x et y**

- Pour $x=1$ et $y=3$:
  $x+y=1+3=4$ donc le couple $(1\,;3)$ est solution de la 1re équation.
  $2x-y=2\times1-3=-1$ donc le couple $(1\,;3)$ n'est pas solution de la 2e équation.
  Le couple $(1\,;3)$ **n'est pas solution du système**.
- Pour $x=3$ et $y=1$:
  $x+y=3+1=4$ donc le couple $(3\,;1)$ est solution de la 1re équation.
  $2x-y=2\times3-1=5$ donc le couple $(3\,;1)$ est solution de la 2e équation.
  Donc le couple $(3\,;1)$ **est une solution du système**

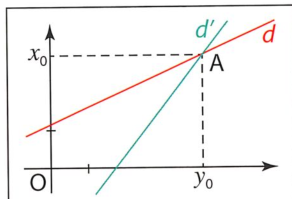
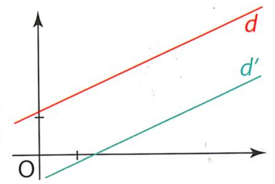
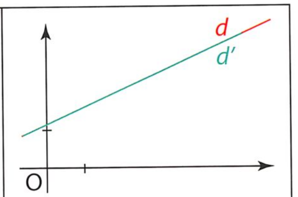
b. Nombre de couples solutions et interprétation graphique

On suppose que $b\neq0$ et $b'\neq0$.

Résoudre le système **(S)** $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ revient à résoudre le système $\begin{cases} y=-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b} \\ y=-\dfrac{a'}{b'}x+\dfrac{c'}{b'} \end{cases}$.

Dans un repère, on note d et d' les droites représentatives des fonctions affines $x\mapsto-\dfrac{a}{b}x+\dfrac{c}{b}$ et $x\mapsto-\dfrac{a'}{b'}x+\dfrac{c'}{b'}$.

Pour connaître le nombre de couples solutions de **(S)**, on étudie la position relative des droites d et d'.

 d et d' sont sécantes au point A$(x_0\,;y_0)$.	 d et d' sont strictement parallèles.	 d et d' sont confondues.
$ab'-a'b\neq0$	$ab'-a'b=0$ $\left(\text{car } -\dfrac{a}{b}=-\dfrac{a'}{b'}\right)$	
Le système **(S)** a un seul couple solution : $(x_0\,;y_0)$.	Le système **(S)** n'a pas de couple solution.	Le système **(S)** a une infinité de couples solutions.

Exercice résolu — Résoudre algébriquement un système

8 Énoncé

Résoudre le système :

a) (S₁) $\begin{cases} 3x+y=5 \\ 5x+2y=1 \end{cases}$ **b) (S₂)** $\begin{cases} 12x+16y=8 \\ 15x+20y=5 \end{cases}$ **c) (S₃)** $\begin{cases} 7x-3y=5 \\ 28x-12y=20 \end{cases}$

Solution

a) Le système **(S_1)** s'écrit aussi $\begin{cases} y=-3x+5 \\ y=-\dfrac{5}{2}x+\dfrac{1}{2} \end{cases}$.

Dans un repère, les droites représentant les fonctions affines $x\mapsto-3x+5$ et $x\mapsto-\dfrac{5}{2}x+\dfrac{1}{2}$ ne sont pas parallèles $\left(\text{car } -3\neq-\dfrac{5}{2}\right)$.

Donc le système **(S_1)** admet un seul couple solution.

On résout l'équation $-3x+5=-\dfrac{5}{2}x+\dfrac{1}{2}$ c'est-à-dire $3x-\dfrac{5}{2}x=5-\dfrac{1}{2}$ soit $\dfrac{1}{2}x=\dfrac{9}{2}$. Ainsi $x=9$.

On reporte cette valeur de x dans la 1re équation du système ci-dessus et on obtient :

$$y=-3\times9+5=-22.$$

La solution du système **(S_1)** est donc le couple $(9\,;-22)$.

b) Le système **(S_2)** s'écrit aussi $\begin{cases} y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2} \\ y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Dans un repère, les droites représentant les fonctions affines $x\mapsto-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$ et $x\mapsto-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{4}$ sont strictement parallèles.

Donc le système **(S_2)** n'a pas de solution.

c) Le système **(S_3)** s'écrit aussi $\begin{cases} y=\dfrac{7}{3}x-\dfrac{5}{3} \\ y=\dfrac{7}{3}x-\dfrac{5}{3} \end{cases}$.

Dans un repère, les droites associées à ce système sont confondues. Le système **(S_3)** a une infinité de couples solutions, ce sont tous les couples $\left(x\,;\dfrac{7}{3}x-\dfrac{5}{3}\right)$ où x décrit l'ensemble $\mathbb{R}$.

Conseils

- Pour établir que le système **(S_1)** a un seul couple solution, on peut aussi calculer $ab'-a'b$: $3\times2-5\times1=1$ donc $ab'-a'b\neq0$.
- Pour résoudre **(S_1)** on se ramène à résoudre une équation à une seule inconnue.
- Pour résoudre **(S_2)** et **(S_3)**, on aurait pu calculer $ab'-a'b$ et observer que l'on trouve 0. Il aurait fallu ensuite savoir si les droites associées à chacun de ces systèmes étaient strictement parallèles ou confondues.
- Lorsqu'un système a un seul couple solution, on peut aussi le résoudre par substitution (voir exercice **76**) ou par addition (voir exercice **80**).

À votre tour

9 **(S)** est le système $\begin{cases} x+y=1 \\ 2x-y=5 \end{cases}$.

a) Expliquer pourquoi ce système **(S)** a un seul couple solution.

b) Résoudre ce système.

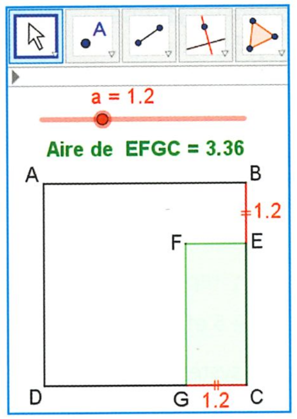
Pour les exercices 10 et 11, résoudre le système (il n'a pas un seul couple solution).

10 $\begin{cases} 3x+y=2 \\ 9x+3y=4 \end{cases}$ **11** $\begin{cases} 3x+2y=6 \\ \dfrac{3}{2}x+y=3 \end{cases}$

Problème résolu — Utiliser le calcul algébrique pour démontrer

12 Énoncé

Anita a réalisé la figure ci-contre avec un logiciel de géométrie.
ABCD est un carré de côté 4 cm.
E est un point du côté [BC] et G un point du côté [CD] tels que BE = CG.
F est le quatrième sommet du rectangle CEFG.
Anita déplace le point E sur [BC] et affiche l'aire du rectangle EFGC.
Elle émet une conjecture :
« L'aire du rectangle EFGC est toujours inférieure ou égale au quart de l'aire du carré ABCD. »
Cette conjecture est-elle vraie ? Justifier la réponse.



Solution

• **Modélisation**

On note x la longueur, en cm, des segments [BE] et [CG] avec :

$$0 \leqslant x \leqslant 4.$$

On peut alors exprimer la longueur CE en fonction de x :

$$CE = 4 - x.$$

L'aire, en cm², du rectangle EFGC est donc :

$$\mathscr{A}(x) = x(4 - x).$$

• **Résolution du problème**

La conjecture d'Anita se traduit par $\mathscr{A}(x) \leqslant \frac{1}{4} \times 16$
c'est-à-dire $\mathscr{A}(x) \leqslant 4$ soit $x(4 - x) \leqslant 4$.
$x(4 - x) \leqslant 4$ équivaut à $4x - x^2 \leqslant 4$ c'est-à-dire $-x^2 + 4x - 4 \leqslant 0$
soit $-(x - 2)^2 \leqslant 0$.
Or, cette inégalité est vraie pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;4]$. Donc la conjecture d'Anita est vraie.

Conseils

• Le point E se déplace sur le segment [BC] entre B et C. Donc x, c'est-à-dire la longueur BE, varie entre 0 (E est en B) et 4 (E est en C).

• Le carré d'un nombre est toujours positif ou nul, donc $(x - 2)^2 \geqslant 0$ et par conséquent $-(x - 2)^2 \leqslant 0$.

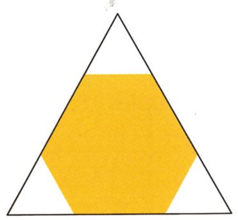
À votre tour

13 Voici un programme de calcul.

• Prendre un nombre.
• Lui ajouter 8.
• Multiplier le résultat par 3.
• Enlever 24.
• Enlever le nombre de départ.

Faïza choisit des nombres et applique ce programme à chaque fois. Il conjecture :
« Pour n'importe quel nombre choisi, on trouve le double du nombre choisi. »
Cette conjecture est-elle vraie ? Justifier.

14 Trois triangles équilatéraux identiques sont découpés dans les coins d'un triangle équilatéral de côté 6 cm.
Gabriel émet une conjecture :



« La somme des périmètres des trois petits triangles équilatéraux est égale au périmètre de l'hexagone orange. »
Cette conjecture est-elle vraie ? Justifier.

Problème résolu — Se ramener à une équation du premier degré

15 Énoncé

Voici ci-contre un programme de calcul.
a) Quel nombre obtient-on si au départ on choisit 5 ?
b) Est-il possible de choisir un nombre de façon à obtenir – 100 ?

• Choisir un nombre.
• Ajouter 2.
• Élever au carré.
• Soustraire le carré du nombre de départ.

Solution

a) $5 \xrightarrow{+2} 7 \xrightarrow{\text{Élever au carré}} 49 \xrightarrow{\text{Soustraire le carré du nombre de départ}} 49 - 5^2 = 49 - 25 = 24$
En choisissant 5 au départ, on obtient 24 avec ce programme de calcul.

b) • **Modélisation**

La fonction f qui au nombre réel x choisi associe le nombre obtenu avec ce programme de calcul est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x + 2)^2 - x^2$$

• Choisir un nombre.	x
• Ajouter 2.	$x + 2$
• Élever au carré.	$(x + 2)^2$
• Soustraire le carré du nombre de départ.	$(x + 2)^2 - x^2$

• **Résolution du problème**

Savoir s'il est possible de choisir un nombre de façon à obtenir – 100 revient donc à résoudre l'équation :

$$(x + 2)^2 - x^2 = -100.$$

Cette équation s'écrit $x^2 + 4x + 4 - x^2 = -100$
c'est-à-dire $4x + 4 = -100$

$$4x = -104$$

$$x = -\frac{104}{4} = -26$$

• **Conclusion** : en choisissant le nombre −26, on obtient −100 avec ce programme de calcul.

Conseils

• Au lieu de développer $(x + 2)^2 - x^2$, on aurait pu factoriser ; mais ici cela ne serait pas efficace pour résoudre.
• En affichant la courbe de la fonction $x \mapsto (x + 2)^2 - x^2$ à l'écran de la calculatrice, on aurait pu conjecturer qu'il s'agissait d'une droite.

À votre tour

16 Voici un programme de calcul.

• Choisir un nombre.
• Soustraire 3.
• Élever au carré.
• Soustraire le carré du nombre de départ.

a) Quel nombre obtient-on si au départ on choisit –4 ?
b) Est-il possible de choisir un nombre de façon à obtenir 0 ?

17 Voici deux programmes de calcul.

Programme 1	Programme 2
• Choisir un nombre. • Multiplier par 2. • Ajouter 1.	• Choisir un nombre. • Ajouter 1. • Élever au carré. • Soustraire le carré du nombre de départ.

a) Joseph affirme :
« Ces deux programmes donnent le même résultat quel que soit le nombre choisi ».
Qu'en pensez-vous ?
b) Est-il possible d'obtenir 0 ?

Algo p. 326 et 328

Problème résolu — Comprendre un algorithme

18 **Énoncé**

Un ticket de tramway coûte 1,30 € sans abonnement. Avec un abonnement annuel de 29 €, le même trajet ne coûte que 1 €.

On considère l'algorithme (incomplet) ci-contre.

a) Que représentent les variables x, a et s pour cette situation ?

b) Comment compléter les cases de l'algorithme ci-contre de façon à afficher l'option la moins chère entre les deux possibilités ?

c) À partir de combien de trajets effectués dans l'année l'abonnement est-il avantageux ?

```
Variables :      x est un nombre entier naturel
                 a, b sont des nombres réels
Entrée :         Saisir x
Traitement
  et sortie :    Affecter à s la valeur 1,3x
                 Affecter à a la valeur [    ]
                 Si [    ] alors
                   | Afficher [    ]
                   | sinon
                   | Afficher "Option moins chère
                   |    avec abonnement"
                 Fin Si
```

Solution

a) x représente le nombre de trajets.
s représente le coût de x trajets sans abonnement.
a représente le coût de x trajets avec abonnement.

b) Case rouge : Affecter à a la valeur $29+x$

En effet, l'abonnement coûte 29 € et on lui ajoute le prix de x trajets à 1 € chacun.

Case verte : Si $s<a$ alors

Case bleue : Afficher "Option moins chère sans abonnement"

c) Dire que l'abonnement est le plus avantageux signifie que $a<s$.

Répondre à cette question revient donc à résoudre l'inéquation $29+x<1{,}3x$.

Elle équivaut successivement à $29<0{,}3x$ et $\dfrac{29}{0{,}3}<x$.

Or $\dfrac{29}{0{,}3}\approx 96{,}7$ donc l'abonnement est le plus avantageux lorsqu'on effectue *au moins* 97 trajets.

Conseils

Pour identifier le rôle des variables, on lit l'algorithme.

• « Saisir x » permet de repérer que x désigne le nombre de trajets.

• L'affectation s prend la valeur $1{,}3x$ indique que s représente le coût de x trajets à 1,30 €.

À votre tour

19 Nassim souhaite télécharger légalement des films sur Internet en adhérant à un club de cinéphiles qui propose deux formules d'adhésion annuelle sur son site web.

Formule A : abonnement 30 € et 1,45 € par film téléchargé.

Formule B : abonnement 20 € et 1,75 € par film téléchargé.

Compléter les cases ci-contre afin de faire afficher la formule la moins chère.

```
Variables :      x est un nombre entier naturel
                 u, v sont des nombres réels
Entrée :         Saisir x
Traitement
  et sortie :    Affecter à u la valeur 30+1,45x
                 Affecter à v la valeur [    ]
                 Si [    ] alors
                   | Afficher [    ]
                   | sinon
                   | Afficher "Formule B moins chère"
                 Fin Si
```


Algo p. 328

20 Des photocopies à tarif dégressif

Objectif

Modéliser une situation et résoudre un problème.

Voici les tarifs des photocopies pratiqués dans un magasin de reprographie.

Une société a inscrit 100 € mensuels à son budget pour les frais de photocopies.

On se propose de lui indiquer combien de photocopies mensuelles elle peut faire au maximum.

Nombre de photocopies	Tarif
Entre 1 et 30	0,12 € l'unité
Entre 31 et 60	0,10 € l'unité
Entre 61 et 100	0,08 € l'unité
Au-delà de 100	0,06 € l'unité

1 Quelques calculs de prix

Par exemple, pour 40 photocopies on paie 0,12 € pour chacune des 30 premières photocopies et 0,10 € pour chacune des 10 dernières.

$30\times 0{,}12$ € $+10\times 0{,}10$ € $=4{,}60$ € donc on paie 4,60 € pour 40 photocopies.

Déterminer dans chacun des cas le prix total de reprographie de :

a) 28 photocopies ; **b)** 45 photocopies ; **c)** 100 photocopies ; **d)** 250 photocopies.

2 Un algorithme pour automatiser

a) L'algorithme ci-contre ne permet pas en général d'afficher le prix à payer pour n photocopies effectuées. Expliquer pourquoi.

b) Corriger l'algorithme afin de calculer le montant à payer en fonction du nombre n de photocopies effectuées, saisi en entrée. Traduire cet algorithme par un programme (calculatrice, Python, AlgoBox, ...) et le tester avec les résultats de la question 1.

```
Variables :      n est un nombre entier naturel
                 p est un nombre réel
Entrée :         Saisir n
Traitement :     Si n ⩽ 30 alors
                   | Affecter à p la valeur 0,12n
                 Fin Si
                 Si n ⩾ 31 et n ⩽ 60 alors
                   | Affecter à p la valeur 0,1n
                 Fin Si
                 Si n ⩾ 61 et n ⩽ 100 alors
                   | Affecter à p la valeur 0,08n
                 Fin Si
                 Si n ⩾ 101 alors
                   | Affecter à p la valeur 0,06n
                 Fin Si
Sortie :         Afficher p
```

3 Modélisation

Exprimer en fonction de n le prix à payer pour n photocopies dans chacun des cas suivants :

• $1\leqslant n\leqslant 30$ • $31\leqslant n\leqslant 60$

• $61\leqslant n\leqslant 100$ • $n>100$

4 Résolution du problème

En déduire le nombre maximal de photocopies que peut réaliser cette société chaque mois dans ce magasin de reprographie.

5 Travailler en autonomie — **Compte-rendu**

a) Expliquer l'utilité d'un algorithme dans ce type de tarification.

b) Un autre magasin propose les photocopies à 0,09 € l'unité.

Lequel des deux magasins est-il préférable de choisir ?

21 Un bouquet de fleurs

Objectif

Modéliser une situation à l'aide d'équations à deux inconnues.

Pour la Saint-Valentin, Daniel souhaite offrir un bouquet de fleurs à une amie. Il se rend chez un(e) fleuriste où il a le choix entre les fleurs coupées suivantes :

Petites roses : 0,75 € pièce	Gerberas : 1,50 € pièce	Lys : 2,25 € pièce	Œillets royaux : 3,75 € pièce	Statices : 6,75 € pièce





David prévoit d'offrir un bouquet composé de deux variétés de fleurs et qui coûte 30 €.

1 Le bouquet est composé de roses et de gerberas

On considère la feuille de calcul ci-contre.

	A	B	C	D	E
1	Prix (en euros) …			Nombre de …	
2	d'une rose	0,75		roses	gerberas
3	d'un gerbera	1,5		1	19,5
4				2	19
5				3	18,5
6				4	18
7				5	17,5
8				6	17

a) Expliquer pourquoi, on n'envisage pas le cas « 0 rose ».

b) Expliquer pourquoi on a saisi en E3 la formule =(30-D3*B$2)/B$3 avant de la recopier vers le bas.

c) Expliquer pourquoi David ne peut pas acheter une seule rose.

d) Réaliser cette feuille de calcul en complétant le tableau jusqu'à la ligne 42.

e) Relever les différents bouquets que David peut acheter.

2 Les autres compositions possibles du bouquet

Envisager les 9 autres compositions possibles du bouquet. Pour chacune d'elles, adapter la feuille de calcul précédente et relever les différents bouquets que David peut acheter.

3 Résolution algébrique

a) On note x le nombre de roses et y le nombre de gerberas dans un bouquet, où x et y sont des nombres entiers naturels non nuls.
Expliquer pourquoi $y = -0,5x + 20$.
Retrouver alors les compositions possibles des bouquets de David. Expliquer la réponse.

b) Procéder de même pour retrouver algébriquement les compositions possibles des bouquets de David avec uniquement des gerberas et des statices.

4 Travailler en autonomie **Compte-rendu**

a) Entre combien de bouquets différents répondant à ses contraintes, David a-t-il le choix ?

b) Déterminer algébriquement la composition d'un bouquet de 30 € avec uniquement des roses et des lys, et 18 fleurs au total.

22 Partir à temps

Objectif

Modéliser un problème à l'aide d'une équation ou d'une inéquation en détaillant les étapes.

Marc et Louise, qui sont frère et sœur, quittent leur maison et suivent exactement la même route pour se rendre au lycée situé à 5 km, dans lequel les cours commencent à 8 h. Marc, le piéton, quitte la maison à 7 h et marche à une vitesse moyenne de 5 km.h^{-1}.
Louise, la cyclomotoriste, part de la maison à 7 h 30 et roule à scooter à la vitesse moyenne de 25 km.h^{-1}.

On se propose de déterminer à quel instant Louise rejoindra Marc.

1 Choix de l'inconnue

t désigne le temps écoulé depuis 7 h, exprimé en heures. On suppose que les élèves n'arrivent pas en retard au lycée. Préciser alors l'intervalle auquel appartient t.

2 Mise en équation

On note respectivement M(t) et L(t) les distances (en km) parcourues respectivement par Marc et Louise depuis 7 h.

a) Exprimer M(t) en fonction de t pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0\,;1]$.

b) Quelle est la valeur de L(t) pour t appartenant à l'intervalle $\left[0\,;\frac{1}{2}\right]$?

Exprimer L(t) en fonction de t, pour t appartenant à l'intervalle $\left[\frac{1}{2}\,;1\right]$ (deux cas sont à envisager).

c) Traduire le problème posé à l'aide d'une équation.

3 Résolution de l'équation

a) Afficher avec la calculatrice ou GeoGebra les courbes représentatives des fonctions M et L.
Indiquer si l'équation obtenue précédemment admet une solution. Si oui, estimer celle-ci.

b) Résoudre algébriquement l'équation.

4 Interpréter la solution

a) Indiquer à quel instant, en heures et minutes, Louise rejoint Marc.

b) À quelle distance de leur domicile cela se produit-il ?

5 Travailler en autonomie **Compte-rendu**

a) Quel est l'intérêt de décomposer la recherche en quatre étapes comme ci-dessus ?

b) Erwan est le frère aîné de Marc. Il est également lycéen et vient juste d'obtenir le permis voiture. Il quitte le domicile familial à 7 h 40 et conduit son automobile à la vitesse moyenne de 40 km.h^{-1}.
Quand Erwan sera-t-il entre Marc et Louise ?

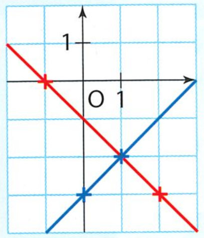
Expressions algébriques et équations

À l'oral

23 Indiquer les nombres manquants.

a) $(x+\ldots)^2 = x^2 + \ldots + 9$
b) $(x-\ldots)^2 = \ldots - 4x + \ldots$
c) $x - 10x^2 = x(\ldots - 10\ldots)$
d) $3x^2 - 4x = x(\ldots - \ldots)$

24 f et g sont les fonctions affines représentées ci-contre respectivement en rouge et en bleu.



Résoudre graphiquement :
a) $f(x) = 0$ **b)** $f(x) = -3$
c) $g(x) = -3$ **d)** $g(x) = f(x)$

25 Parmi les équations suivantes, lesquelles correspondent à une équation « produit nul » ?
a) $(x+3)(x-7) = 0$ **b)** $(2x-1)(x-4) = 2$
c) $x(x-1) = 0$ **d)** $(x-3)+(x-1) = 0$

26 Dans chaque cas, dire si $\frac{1}{3}$ est solution.
a) $8x+1 = 6x+2$ **b)** $-3x+1 = 0$
c) $(2x+1)(10x-5) = 0$ **d)** $\frac{1}{4} - 2x = \frac{3}{4}$

27 Résoudre mentalement chaque équation.
a) $3x - 6 = 0$ **b)** $3x + 6 = 0$
c) $(x-1)(x+2) = 0$ **d)** $(-x+4)(x+3) = 0$

28 Donner une équation « produit nul » dont -3 et 5 sont les solutions.

Pour les exercices 29 à 32, développer, puis réduire.

29 $A = (x-2)^2$ $B = (x+3)(x-1)$
$C = (x-4)(2-x)$ $D = (x-2)(x+2)$

30 $A = (x+2)(3x-1)$ $B = (2x-1)^2$
$C = (4x+1)^2$ $D = (2x-1)(-3x+1)$

31 $A = 3(x-2)(x+5)$ $B = -2(x+3)(2x-4)$
$C = (2-x^2)(3+x)$ $D = 2(x-3)^2$

32 $A = (x+1)(x-4)+(x+3)(x-1)$
$B = (x+1)^2 - (x+3)(x-5)$

33 Voici la copie de Baptiste.

a) $(x+1)(x-3) = x^2 - 3$
b) $(3x-2)^2 = 3x^2 - 4$

À quelles consignes a-t-il voulu certainement répondre ?
Que pensez-vous de ses réponses ?

34 Voici deux programmes de calcul.

Programme 1
- Choisir un nombre.
- Soustraire 1.
- Élever au carré.
- Multiplier par 4.
- Soustraire 1.

Programme 2
- Choisir un nombre.
- Multiplier par 2 et soustraire 1.
- Multiplier le nombre choisi par 2 et soustraire 3.
- Multiplier les deux nombres trouvés.

1. Quel nombre obtient-on avec chaque programme lorsqu'on choisit :
a) -1 ? **b)** 0 ? **c)** 1 ? **d)** 2 ?
2. a) Émettre une conjecture quant à ces deux programmes de calcul.
b) Démontrer cette conjecture.

35 **a)** Avec le tableur, saisir la feuille de calcul ci-contre.
Recopier la cellule B1 vers le bas.
b) Émettre une conjecture. La démontrer.

	A	B
1	1	=A1^2-(A1-6)*(A1+6)
2	5	
3	10	
4	15	
5	20	

36 **1. a)** Développer $(x+1)(x+2)$.
b) En déduire le développement de :
$$E = (x+1)(x+2)(x+3)$$
2. Développer $F = (a+b+c)^2$ en remarquant que F peut s'écrire $[(a+b)+c]^2$.

37 Justifier les affichages obtenus avec ce logiciel de calcul formel.

1	4-(x-3)²
	Développer: $-x^2+6x-5$
2	(x+1)²-(x-1)²
	Développer: $4x$

Pour les exercices 38 à 40, repérer un facteur commun et factoriser.

38 $A = (x-5)(x+2)+(x-5)(x-7)$
$B = x^2 - 10x$

39 $A = x(x+2)+3x$
$B = x^2 - 5x$
$C = (x+2)(x+1) - 2(x+1)$
$D = (x+3)(x-2) - (x-2)(2x+1)$

40 $A = (x+3)^2 - (x+1)(x+3)$
$B = (x+4)(x-1) - (x-3)(x+4)$
$C = 2x(x+3) + x(x+3)(x+2)$

Pour les exercices 41 et 42, reconnaître une identité remarquable, puis factoriser.

41 $A = x^2 - 9$ $B = 4x^2 - 20x + 25$
$C = (2x-1)^2 - (x+1)^2$ $D = x^2 - 6x + 9$

42 $A = 1 + 6x + 9x^2$ $B = (3x-1)^2 - 25$
$C = x^4 - 1$ $D = x^4 - 2x^2 + 1$

43 $A = 3x + 6 + (x+2)(x-8)$
1. a) Factoriser $3x+6$.
b) En déduire une factorisation de A.
2. Factoriser :
a) $B = x^2 - 4 + (x-1)(x+2)$
b) $C = x^2 + 4x + (x+1)(x+4)$

44 **« Le coup du 1 »**
$$A = (x+4)(x-3) + (x+4)(x-1) + x + 4$$
Voici la factorisation obtenue par Alice :

$A = (x+4)(2x-4)$

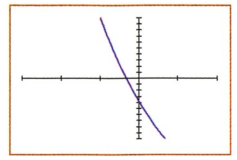
1. a) Calculer les deux expressions de A pour $x = 0$.
Que peut-on en conclure ?
b) Kenza commence à factoriser A en écrivant :

$A = (x+4)(x-3) + (x+4)(x-1) + (x+4) \times 1$

Poursuivre le travail de Kenza afin de factoriser A.
2. Factoriser :
a) $B = (2x-1)(x+3) + 2x - 1$
b) $C = (x+1)^2 + (x+1)(x-2) + x + 1$
3. Démontrer que pour tout nombre réel x,
$$(x+6)(x+7) = (x+6)^2 + x + 6$$

45 **« Le coup du –1 »**
On souhaite factoriser $A = (2x-1)(x+2) - 2x + 1$.
Il semble qu'il n'y ait pas de facteur commun.
1. a) Recopier et compléter :
$$A = (2x-1)(x+2) + (-1) \times (\ldots - \ldots)$$
b) En déduire une factorisation de A.
2. Factoriser :
a) $B = (x-2)(x+1) - x + 2$
b) $C = (x-3)^2 - x + 3$

46 Alban a affiché la courbe de la fonction $x \mapsto (x-4)(3x+1)$ à l'écran de sa calculatrice.



Il affirme : « L'équation $(x-4)(3x+1) = 0$ n'a qu'une seule solution ».
Qu'en pensez-vous ?

47 Parmi les expressions obtenues ci-contre avec un logiciel de calcul formel, utiliser celle qui est la mieux adaptée pour résoudre chacune des équations :
a) $f(x) = 0$
b) $f(x) = 7$
c) $f(x) = 4x^2$

1	f(x):=4*(x-1)²-9
	$x \to 4\cdot(x-1)^2-9$
2	developper(f(x))
	$4\cdot x^2-8\cdot x-5$
3	factoriser(f(x))
	$(2\cdot x-5)\cdot(2\cdot x+1)$
4	developper(f(x)-7)
	$4\cdot x^2-8\cdot x-12$
5	factoriser(f(x)-7)
	$4\cdot(x-3)\cdot(x+1)$

48 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$f(x) = (x-3)^2 - 25 \qquad \textbf{(1)}$$
1. Prouver que pour tout nombre réel x :
a) $f(x) = x^2 - 6x - 16$ **(2)**
b) $f(x) = (x-8)(x+2)$ **(3)**
2. Répondre à chaque question en utilisant celle des formes **(1)**, **(2)** ou **(3)** qui est la plus adéquate.
a) Calculer $f(3)$. **b)** Résoudre $f(x) = 0$.
c) Résoudre $f(x) = -16$. **d)** Résoudre $f(x) = -25$.

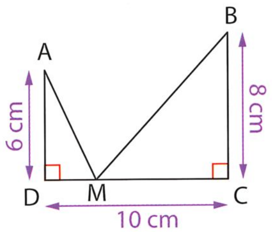
49 Emma et Pierre travaillent en binôme pour résoudre l'équation :
$$(x+3)(x-7) - (x-1)(x+2) = 0$$
Emma affirme : « Je peux résoudre l'équation à l'aide d'une factorisation ».
Pierre répond : « Inutile de factoriser, si je développe chaque produit, les x^2 s'éliminent ».
a) Que penser des arguments de chacun ?
b) En déduire la résolution de cette équation.

50 Ce trimestre, Laure a obtenu les notes suivantes en S.V.T.

Note	14	17	18	16
Coefficient	3	2	1	2

Quelle note doit-elle obtenir au dernier contrôle, coefficient 2, pour avoir une moyenne trimestrielle de 16 ?

51 M est un point variable du segment [CD] et les triangles ADM et BCM sont rectangles.
Déterminer la distance CM afin que MA = MB.

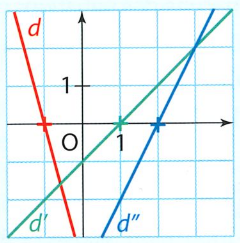


Signe de $ax+b$ et inéquations

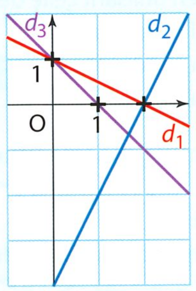
À l'oral

52 Citer un exemple de fonction affine qui est :
a) positive ou nulle sur l'intervalle $[2\,;+\infty[$;
b) négative ou nulle sur l'intervalle $[-1\,;+\infty[$.

53 Dans le repère ci-contre, les droites d, d', d'' représentent respectivement les fonctions affines f, g, h.
Décrire le signe de chacune de ces fonctions.



54 Associer chaque droite d_1, d_2, d_3 du graphique de gauche au tableau de signes de la fonction affine f, g, h qu'elle représente.



x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $h(x)$		+	0	−	

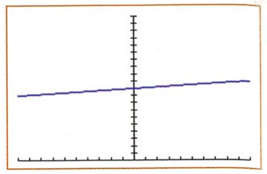
x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $g(x)$		+	0	−	

x	$-\infty$		2		$+\infty$
Signe de $f(x)$		−	0	+	

55 Indiquer les signes manquants ci-contre.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
Signe de $-x+3$		…	0	…	

56 **Vrai ou faux ?**
Voici la courbe représentative de la fonction $x \mapsto 0{,}1x+10$ obtenue à l'écran de la calculatrice (*fenêtre* : $-10 \leqslant X \leqslant 10$, pas 1 et $0 \leqslant Y \leqslant 20$, pas 1).



Marion affirme : « Pour tout nombre réel x, $f(x)>0$ ».
Cette affirmation est-elle vraie ou fausse ? Expliquer.

57 Dans chaque cas, proposer trois fonctions affines qui admettent pour tableau de signes :

a)

x	$-\infty$		-4		$+\infty$
Signe de $ax+b$		−	0	+	

b)

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
Signe de $ax+b$		+	0	−	

58 Chaque tableau de signes ci-dessous est celui d'une fonction affine f. Recopier et compléter (parfois plusieurs réponses sont possibles).

a)

x	$-\infty$		…		$+\infty$
Signe de $-2x+1$		…	0	…	

f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

b)

x	$-\infty$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
Signe de …		−	0	+	

f est … sur $\mathbb{R}$.

c)

x	$-\infty$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
Signe de …		…	0	…	

f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

59 **1.** Donner le tableau de signes des fonctions : $f: x \mapsto 2x+2$, $g: x \mapsto -4x+5$ et $h: x \mapsto 2x$.
2. En déduire les valeurs de x pour lesquelles :
a) $f(x) \geqslant 0$ et $g(x) \geqslant 0$; **b)** $g(x) \geqslant 0$ et $h(x) \leqslant 0$.

60 Dans chaque cas, résoudre l'inéquation.
a) $2x-1 \leqslant 4x+6$ **b)** $0{,}1x+1{,}25 > -0{,}28x+2{,}17$

61 Conjecturer le sens de variation sur $\mathbb{R}$ de chaque fonction avec la calculatrice, puis prouver la conjecture.
a) $x \mapsto (x+2)^2 - x^2$ **b)** $x \mapsto 4x^2-(2x+1)^2$

62 Un concessionnaire automobile propose à ses commerciaux deux types de rémunération.
Contrat A : salaire mensuel fixe de 1 100 € auquel s'ajoute 175 € par voiture vendue.
Contrat B : salaire mensuel fixe de 1 450 € auquel s'ajoute 125 € par voiture vendue.
Déterminer en fonction du nombre de ventes, le contrat de rémunération le plus avantageux.

63 Un marchand achète à un grossiste des cartes électroniques à 8 € l'unité qu'il revend ensuite 30 €. Les frais de gestion mensuelle du magasin sont de 750 €.
Combien, au minimum, doit-il vendre de cartes par mois pour que son bénéfice mensuel soit supérieur à 1 200 € ?

Systèmes d'équations du 1er degré

À l'oral

Pour les exercices 64 et 65, vérifier si le couple (2 ; –1) est solution du système.

64 **a)** $\begin{cases} -2x+3y=-7 \\ \frac{1}{2}x-2y=3 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x-5y=7 \\ 3x-y=5 \end{cases}$

65 **a)** $\begin{cases} -x+\frac{1}{2}y=-1 \\ \frac{1}{4}x+3y=-\frac{7}{2} \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} 5x-y=11 \\ -\frac{1}{4}x-\frac{1}{2}y=0 \end{cases}$

Pour les exercices 66 et 67, exprimer mentalement y en fonction de x.

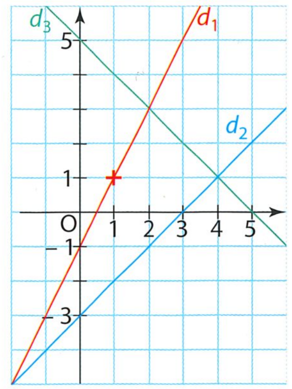
66 **a)** $3x+y=-4$ **b)** $-x+3y=3$

67 **a)** $4x+2y=1$ **b)** $2x-3y=-1$

68 Résoudre mentalement le système.
a) $\begin{cases} x=0 \\ 2x-3y=-6 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} x=2 \\ 5x+2y=0 \end{cases}$

69 Expliquer oralement pourquoi le système n'admet pas de solution.
$$\begin{cases} \frac{1}{2}x-3y=0 \\ -2x+12y=1 \end{cases}$$

70 Dans ce repère, les droites d_1, d_2, d_3 sont les représentations graphiques respectives des fonctions affines $x \mapsto 2x-1$, $x \mapsto x-3$ et $x \mapsto -x+5$.



1. Lire graphiquement la solution de chaque système.
a) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=1 \end{cases}$
b) $\begin{cases} x+y=5 \\ -x+y=-3 \end{cases}$ **c)** $\begin{cases} -x+y=-3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$
2. Vérifier par le calcul.

Pour les exercices 71 à 74, déterminer la fonction affine associée à chaque équation du système, puis résoudre ce système.

71 $\begin{cases} x-y=2 \\ -2x+3y=-3 \end{cases}$ **72** $\begin{cases} -3x+4y=0 \\ 2x-y=5 \end{cases}$

73 $\begin{cases} x+y=0 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$ **74** $\begin{cases} \frac{1}{2}x+y=3 \\ x-\frac{1}{2}y=1 \end{cases}$

75 Voici comment résoudre un système avec la calculatrice.

> **CASIO :** MENU 8(EQUA) F1 (Système) F1 (2), renseigner les coefficients de chaque équation du système, puis F1 (SOLV).
> **TI :** résol 2 (PlySmlt2) 2 (SOLVEUR SYST D'EQUATIONS) graphe (SUIV.), renseigner les coefficients de chaque équation du système, puis graphe (RÉSOL).

Résoudre le système puis vérifier à la calculatrice.
a) $\begin{cases} 3x+4y=3 \\ -2x-3y=2 \end{cases}$ **b)** $\begin{cases} -7x+y=4 \\ 3x+5y=3 \end{cases}$

76 **(S)** est le système $\begin{cases} -6x+y=-17 \\ 7x+2y=4 \end{cases}$.
On se propose de résoudre **(S) par substitution** ; pour cela on exprime une inconnue en fonction de l'autre dans l'une des deux équations.
a) Exprimer y en fonction de x avec la 1re équation.
b) Remplacer y par cette expression dans la 2e équation et terminer la résolution de **(S)**.

Pour s'entraîner

Pour les exercices 77 à 79, résoudre le système par substitution (voir exercice 76), puis vérifier avec la calculatrice.

77 a) $\begin{cases} x-3y=-17 \\ 2x+4y=6 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2a+3b=-2 \\ 4a+b=6 \end{cases}$

78 a) $\begin{cases} 3x-y=9 \\ x-4y=14 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x+y=0 \\ 4x-3y=-11 \end{cases}$

79 a) $\begin{cases} 5p-q=-3 \\ 2p-3q=4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 0{,}2x+0{,}3y=-1 \\ -x+9y=5 \end{cases}$

80 **(S)** est le système $\begin{cases} 3x+2y=7 \\ 4x+6y=1 \end{cases}$.

On se propose de résoudre **(S) par addition** ; pour cela on multiplie chaque membre d'une équation par un même nombre, de façon à avoir des nombres opposés de x (ou de y) dans chaque équation.

a) Multiplier par -3 chaque membre de la 1re équation.

b) Additionner membre à membre l'équation obtenue et la 2e équation.

c) Résoudre l'équation obtenue, puis terminer la résolution de **(S)**.

Pour les exercices 81 à 83, résoudre le système par addition (voir exercice 80), puis vérifier avec la calculatrice.

81 a) $\begin{cases} 4x+5y=9 \\ 3x-5y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-4y=-6 \\ 2x+6y=9 \end{cases}$

82 a) $\begin{cases} 2x+8y=6 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3a+2b=-8 \\ 4a+5b=1 \end{cases}$

83 a) $\begin{cases} 4p+8q=2 \\ p-4q=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+5y=14 \\ -2x+3y=16 \end{cases}$

Pour les exercices 84 à 86, déterminer les fonctions affines associées à chaque équation du système, puis le résoudre.

84 a) $\begin{cases} x-y=2 \\ -2x+2y=5 \end{cases}$ b) $\begin{cases} -3x+4y=-15 \\ 2x-\frac{8}{3}y=10 \end{cases}$

85 a) $\begin{cases} 5x-3y=0{,}5 \\ -10x+6y=-1 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x+y=-3 \\ -2x-\frac{1}{3}y=-1 \end{cases}$

86 a) $\begin{cases} 2a+b=-1 \\ 4a+2b=-2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x+2y=-4 \\ 6x+4y=-1 \end{cases}$

87 f est une fonction affine $x \mapsto ax+b$ telle que :

$$f(4)=7 \text{ et } f(-2)=-11$$

On se propose de déterminer les nombres a et b.

a) Quelles données de l'énoncé permettent de savoir que $4a+b=7$ et $-2a+b=-11$?

b) Résoudre le système constitué des deux équations ci-dessus.

c) En déduire l'expression de $f(x)$.

88 Pour les fêtes de fin d'année, un groupe d'amis souhaite emmener leurs enfants à un spectacle au Palais des Congrès à Paris.

Les tarifs sont les suivants :

- Catégorie 1 : 45 € par adulte et 30 € par enfant.
- Catégorie 2 : 27 € par adulte et 20 € par enfant.

Ces 5 amis paieraient 510 € en catégorie 1 et 316 € en catégorie 2.

Quel est le nombre d'adultes et le nombre d'enfants ?

S'entraîner à la logique

89 **Vrai ou faux ?** ▶ p. 339 et 340

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier.

a) Pour tout nombre réel x,

$$(x-1)(x+3)-x(x-3)=-3-x$$

b) Il existe un nombre réel x tel que :

$$(x-1)^2-x(x-3)=2$$

c) $x(x+1)=2$ équivaut à $x=2$ ou $x+1=2$.

90 **Implication et équivalence** ▶ p. 339

- La notation A ⇒ B signifie « Si A, alors B ».

Ce que l'on traduit par **« A implique B »**.

- La notation A ⇔ B signifie :

« A si, et seulement si, B ».

Ce que l'on traduit par **« A équivaut à B »**.

a) Recopier et compléter le tableau suivant par **vrai** ou **faux**.

A	B	A ⇒ B	B ⇒ A	A ⇔ B
$(x-4)(x+3)=0$	$x=4$ ou $x=-3$			
$x=1$	$x^2=1$			
Il pleut	Il y a des nuages			
$4x+1 \geqslant 0$	$x \geqslant -1$			

b) Que dire des implications A ⇒ B et B ⇒ A ?

Pour se tester

91 Dans chaque cas, donner **la** réponse exacte **sans justifier.**

		A	B	C	D
1	Pour tout nombre réel x, $-9x^2+6x-1$ est égal à …	$(3x+1)^2$	$(3x-1)^2$	$-(3x-1)^2$	$-(3x+1)^2$
2	Une fonction croissante sur $\mathbb{R}$ est $f : x \mapsto$ …	$(x-3)^2-x^2$	$-\frac{x}{3}+1$	$(x-1)^2-(x+2)^2$	$(x+2)^2-(x-3)^2$
3	Le tableau de signes de la fonction $f : x \mapsto 3x-3$ est …	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -1 & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & + & 0 & - & \end{array}$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & -1 & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	$\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & 1 & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & + & 0 & - & \end{array}$
4	Pour résoudre l'équation : $2x-9=-3+4x$, on peut écrire successivement …	$2x-6=4x$ $6x=6$ $x=1$	$2x-6=4x$ $-6=2x$ $x=-3$	$-2x-9=-3$ $-2x=6$ $x=3$	$2x=6+4x$ $2x=6$ $x=3$
5	L'inéquation : $2x-1<2-3x$ a pour ensemble de solutions …	$\left]-\infty\,;-\frac{3}{5}\right[$	$\left]\frac{3}{5}\,;+\infty\right[$	$\left]-\infty\,;\frac{3}{5}\right[$	$\left]-\infty\,;\frac{5}{3}\right[$

92 Dans chaque cas, donner **la** ou **les** réponses exactes **sans justifier.**

		A	B	C	D
1	Une solution de l'équation $2x(x-5)(6-2x)=0$ est …	5	$\frac{1}{2}$	3	0
2	Pour tout nombre réel x, l'expression $(x-1)(x-3)-(x-1)(2x-4)$ est égale à …	$-x^2-8x-7$	$(x-1)(-x-1)$	$(x-1)(-x+7)$	$-x^2+8x-7$
3	Le couple $(2\,;-1)$ est une solution du système …	$\begin{cases} x+5y=3 \\ x-5y=5 \end{cases}$	$\begin{cases} 2x-y=5 \\ x-3y=0 \end{cases}$	$\begin{cases} x-y=3 \\ x+y=1 \end{cases}$	$\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x-y=7 \end{cases}$
4	Ce tableau de signes est celui de la fonction f définie par … $\begin{array}{c\|ccccc} x & -\infty & & \frac{2}{3} & & +\infty \\ \hline \text{Signe de } f(x) & & - & 0 & + & \end{array}$	$f(x)=2x+3$	$f(x)=3x-2$	$f(x)=3-2x$	$f(x)=-x-\frac{2}{3}$

93 Dans chaque cas, donner **la** ou **les** réponses exactes **en justifiant.**

Un bouquet de 8 iris et 6 roses coûte 34 €. Un autre bouquet de 5 de ces roses et 4 de ces iris coûte 23 €.

		A	B	C	D
1	Cette situation peut se traduire par le système …	$\begin{cases} 8x+6y=34 \\ 5x+4y=23 \end{cases}$	$\begin{cases} 6x+8y=34 \\ 4x+5y=23 \end{cases}$	$\begin{cases} 4x+3y=17 \\ 5x+4y=23 \end{cases}$	$\begin{cases} 8x+6y=34 \\ 4x+5y=23 \end{cases}$
2	Le prix …	d'un iris est 2 €	d'une rose est 3 €	d'un bouquet de 2 roses et 3 iris est 12 €	d'un bouquet de 5 roses et 8 iris est 30 €

Vérifiez vos réponses : p. 341

94 Avec un guide

Hervé envisage d'acheter une voiture. Il hésite entre le modèle essence et le modèle diesel. Il consulte les données sur le site Internet du constructeur.

	Prix T.T.C.	Consommation
Modèle essence	20 300 €	5,3 L/100 km
Modèle diesel	23 250 €	3,5 L/100 km

Le coût d'un véhicule est égal au montant correspondant à l'achat du véhicule auquel on ajoute les frais de consommation de carburant.
On suppose qu'un litre d'essence SP 95 coûte 1,585 € et que le prix d'un litre de diesel est 1,310 €.
On note x la distance parcourue en km ($x \geqslant 0$) avec un véhicule, $e(x)$ et $d(x)$ les frais de consommation de carburant en euros respectivement du modèle essence et du modèle diesel, pour x km parcourus.
a) Exprimer $e(x)$ et $d(x)$ en fonction de x.

Conseil
La fonction *e* est linéaire. Pour déterminer son expression algébrique, établir deux tableaux de proportionnalité : l'un avec distance parcourue et consommation, dans lequel x apparaît, l'autre avec consommation et frais de consommation.

b) Donner des expressions algébriques des fonctions *f* qui à x associe le coût (en euros) du véhicule essence et *g* qui à x associe le coût (en euros) du véhicule diesel.
c) À partir de combien de kilomètres parcourus, la version diesel est-elle plus avantageuse ?

95 Travailler des techniques algébriques

Résoudre chaque équation.
a) $x(x-1)+2x-2=(x+3)(x-1)$
b) $(x+3)(2x-1)-4x^2+1=0$
c) $(x-4)(x+1)-(x+7)(x-3)=-7x+17$
d) $\dfrac{x-3}{4}+\dfrac{2(x-4)}{5}-\dfrac{1}{3}=0$

96 Find the right square !

Peter asserts that he is able to build a square such that when its side increases by 4 cm, its area increases by 40 cm² (forty square centimeters).
Is Peter right?
How many such squares can be built?

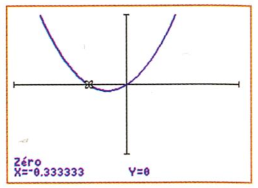
97 Travailler en groupe — Analyser des réponses

Des élèves ont résolu l'équation $x(x-3)=(-2x-4)x$.
Chaque groupe étudie la réponse de l'un de ces élèves. Un rapporteur de chaque groupe analysera, commentera et détectera les erreurs.

1. Production de Gabriel

$x(x-3) = (-2x-4)x$
$(x-3) = (-2x-4)$ (simplification par x)
$x-3 = -2x-4$ (suppression des parenthèses)
$x+2x = -4+3$ $3x = -1$ d'où $x = -\frac{1}{3}$

2. Production de Christine
Elle obtient graphiquement deux solutions (–0,33 et 0) en représentant la fonction :
$f: x \mapsto x(x-3)-(-2x-4)x$ à l'aide de sa calculatrice.



3. Production d'Hakim
Il obtient un tableau de valeurs de la fonction *f* avec sa calculatrice.
Il conclut que 0 est la seule solution.

X	Y1
-0.75	0.9375
-0.5	0.25
-0.25	-0.063
0	0
0.25	0.4375
0.5	1.25
0.75	2.4375

98 Narration de recherche — Faire une estimation

Rédiger les différentes étapes de la recherche, sans omettre les fausses pistes et les changements de méthode.

Problème Ce tableau donne l'espérance de vie à la naissance des hommes et des femmes en France de 2000 à 2012 (*Source :* INSEE).

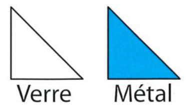
Année	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Femmes	82.8	82.9	83	82.9	83.8	83.8	84.2
Hommes	75.2	75.4	75.7	75.8	76.7	76.7	77.1

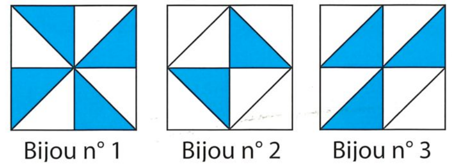
Année	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Femmes	84.4	84.3	84.4	84.6	85	84.8
Hommes	77.4	77.6	77.9	78	78.4	78.4

Estimer l'année à partir de laquelle l'espérance de vie des hommes pourrait dépasser celle des femmes, si l'évolution se poursuivait ainsi.

99 Mettre un problème en équations

On fabrique des bijoux à l'aide de triangles qui ont tous la même forme.
Certains triangles sont en verre et les autres sont en métal.
Tous les triangles en métal ont le même prix.
Tous les triangles en verre ont le même prix.

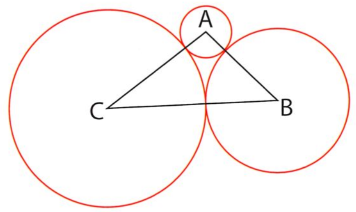




Le bijou n° 1 revient à 11 € ; le bijou n° 2 revient à 9,10 €.
À combien revient le bijou n° 3.

100 Imaginer une stratégie

ABC est un triangle tel que :
AB = 4 cm, AC = 5 cm et BC = 7 cm.
Les trois cercles de centres A, B, C ci-dessous, sont tangents (un seul point d'intersection) deux à deux.
Quels sont leurs rayons ?



101 Relier Physique et système

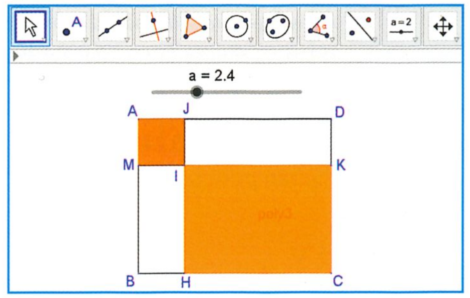
Marion a mis 1 h 45 min pour parcourir 75 km à scooter. Elle a d'abord roulé à la vitesse moyenne de 45 km.h^{-1} puis elle n'a pu rouler qu'à la vitesse moyenne de 40 km.h^{-1}.
On note d_1 la distance parcourue à la vitesse de 45 km.h^{-1} et d_2 la distance restant à parcourir.
a) Écrire un système d'équations d'inconnues d_1 et d_2 traduisant cette situation.
b) Résoudre ce système et interpréter la réponse.

102 Problème ouvert — Trouver une fraction

Trouver une fraction $\frac{a}{b}$ telle que si l'on ajoute 3 à son numérateur et 3 à son dénominateur, on trouve $\frac{2}{5}$ et si l'on retranche 3 à son numérateur et 3 à son dénominateur, on trouve $\frac{1}{7}$.

103 Tice — Conjecturer et prouver

Un rectangle ABCD est tel que AB = 8 et AD = 10.
AMIJ est un carré où M est un point de [AB] et J un point de [AD]. CKIH est un rectangle tel que K est le point de [CD] aligné avec M et I.
On se propose de déterminer les positions de M pour lesquelles la somme des aires de AMIJ et CKIH est égale à la moitié de l'aire du carré ABCD.



1. a) Avec un logiciel de géométrie, créer un curseur *a* allant de 0 à 8 avec un incrément de 0,1.
b) Réaliser la figure ci-dessus où M est le point de [AB] tel que AM = *a*. Afficher les aires de AMIJ, de CKIH et la somme S de ces deux aires.
c) Déplacer le curseur et conjecturer les positions de M solutions du problème.
2. a) On note x la distance AM avec $0 \leqslant x \leqslant 8$.
Exprimer en fonction de x, l'aire de AMIJ, puis de CKIH et enfin la somme de ces aires.
b) Expliquer pourquoi résoudre le problème revient à résoudre l'équation $2x^2-18x+40=0$.
c) Développer le produit $(x-5)(x-4)$ et conclure sur les positions de M solutions du problème.

Des défis

104 Construire des carrés

Deux carrés ont leurs côtés deux à deux parallèles et le même centre. La bande qu'ils forment a une aire de 4 cm². Le périmètre du carré extérieur dépasse de 12 cm celui du carré intérieur.
Construire ces deux carrés.

105 Trouver un nombre entier

En ajoutant 29 à un nombre entier, on trouve un carré. En retranchant 60 à ce nombre entier on trouve encore un carré. Quel est ce nombre ?

Soutien Résoudre des équations

106 Exercice test

1. Résoudre algébriquement chaque équation.

a) $-5x-2=4+x$ **b)** $(x+4)(-2x-5)=0$

2. Vérifier la cohérence des solutions trouvées à l'aide d'une calculatrice graphique.

Appeler le professeur pour qu'il contrôle vos réponses et qu'il vous indique la suite.

107 On considère l'équation $3x-2=5x+2$.
Voici le travail de Sarah pour la résoudre :

$3x-2=5x+2$
$3x-2-5x=5x+2-5x$
$-2x-2+2=2+2$
$-2x=4$
$x=\frac{4}{2}$ (−2 change de signe car on le change de membre)

1. a) Afficher à l'écran de la calculatrice les droites qui représentent les fonctions affines $x\mapsto 3x-2$ et $x\mapsto 5x+2$.

b) Que peut-on en déduire pour la solution trouvée par Sarah ?

2. À votre tour de résoudre cette équation en détaillant les étapes.

108 f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x)=(x-1)^2-4$$

1. Justifier algébriquement les affichages obtenus ci-dessous avec un logiciel de calcul formel.

1	(x-1)² - 4
○	Développer: x^2-2x-3
2	(x-1)² - 4
○	Factoriser: $(x+1)\ (x-3)$

2. a) Quelle expression de $f(x)$ est la plus adaptée à la résolution de l'équation $f(x)=0$? Pourquoi ?

b) Résoudre algébriquement $f(x)=0$.

3. Laurent affirme : « L'équation $f(x)=-4$ n'a qu'une seule solution ».
A-t-il raison ?

Soutien Donner le tableau de signes de $ax+b$

109 Exercice test

f est la fonction affine $x\mapsto -2x-2$.

1. Donner le tableau de signes de $f(x)$.

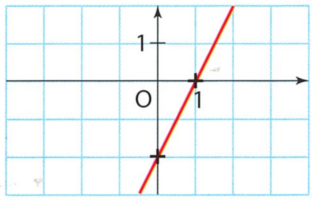
2. En déduire :

a) le signe de $f(-1,2)$, puis celui de $f(-0,99)$;

b) les solutions de l'inéquation $f(x)\leqslant 0$.

Appeler le professeur pour qu'il contrôle vos réponses et qu'il vous indique la suite.

110 f est la fonction affine représentée dans le repère ci-dessous.



1. Résoudre graphiquement :

a) l'équation $f(x)=0$;

b) l'inéquation $f(x)<0$.

2. a) Recopier et compléter le tableau de signes de $f(x)$ ci-dessous :

x	$-\infty$	...	$+\infty$
Signe de $f(x)$	...	0	...

b) Indiquer sans calcul le signe de :

- $f\left(\frac{1}{4}\right)$
- $f\left(-\frac{10}{3}\right)$
- $f(\sqrt{2})$

111 On considère l'inéquation $-3x+9\leqslant 0$.

a) Utiliser la calculatrice pour résoudre graphiquement cette inéquation.

b) Voici la fin de la copie de Julien :

x	$-\infty$	3	$+\infty$
Signe de $-3x+9$	−	0	+

L'ensemble des solutions est $]-\infty\,;3[$.

Corriger les erreurs de Julien. Expliquer.

Soutien Résoudre un système de deux équations à deux inconnues

112 Exercice test

(S) est le système $\begin{cases}x+y=4\\2x-y=1\end{cases}$.

a) Exprimer y en fonction de x à l'aide de :

- la 1^re^ équation,
- la 2^e^ équation.

b) Expliquer pourquoi, dans un repère, les droites associées à ces équations sont sécantes.

c) Que peut-on en déduire pour le nombre de solutions du système **(S)** ?

d) Résoudre l'équation $4-x=2x-1$ et terminer la résolution du système **(S)**. Conclure.

Appeler le professeur pour qu'il contrôle vos réponses et qu'il vous indique la suite.

113 **(S)** est le système $\begin{cases}2x+y=2\\-2x+5y=4\end{cases}$.

Amélie : « J'exprime y en fonction de x à l'aide de la 2e équation. »

Gabriel : « Tu te compliques, c'est bien plus simple avec la 1re équation. »

a) Que peut-on en penser ?

b) Remplacer l'expression de y en fonction de x dans l'équation non encore utilisée et terminer la résolution du système **(S)**.

114 **(S)** est le système $\begin{cases}3x-4y=24\\5x+4y=8\end{cases}$.

a) Additionner membre à membre les deux équations du système **(S)**.

b) Résoudre l'équation obtenue.

c) Terminer la résolution du système **(S)**.

115 **(S)** est le système $\begin{cases}3x-5y=7\\-6x+11y=2\end{cases}$.

a) Multiplier par 2 chaque membre de la 1re équation, puis ajouter membre à membre l'équation obtenue et la 2e équation du système.

b) Terminer la résolution du système **(S)**.

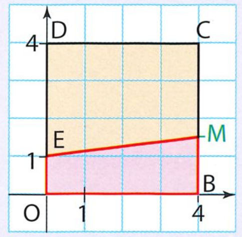
116 f est la fonction affine $x\mapsto ax+b$ telle que :

$$f(1)=2 \quad \text{et} \quad f(-1)=3.$$

Déterminer a et b en résolvant un système de deux équations d'inconnues a et b.

Approfondissement Modéliser avec une fonction affine

117 Dans le repère ci-dessous, OBCD est un carré de côté 4, le point E a pour coordonnées $(0\,;1)$ et M est un point variable sur le pourtour du carré.



On note x la longueur du trajet effectué par le point M à partir de O dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, avec $0\leqslant x\leqslant 12$.
On note $\mathscr{A}(x)$ l'aire du polygone OBME.

1. Quelle est la position de M lorsque $x=6$?
Déterminer alors $\mathscr{A}(6)$.

2. a) Exprimer $\mathscr{A}(x)$ en fonction de x dans chacun des trois cas :

- M∈[OB]
- M∈[BC]
- M∈[CD]

b) En déduire la (les) position(s) du point M telle(s) que l'aire $\mathscr{A}(x)$ soit égale à la moitié de l'aire du carré OBCD.

Approfondissement Rechercher une fonction affine

118 Dans le repère orthonormé d'origine O ci-dessous, A appartient à l'axe des abscisses et B à l'axe des ordonnées.
Le triangle rectangle OAB est tel que :

- son hypoténuse a pour longueur 13 ;
- son aire est égale à 30.

Déterminer la fonction affine représentée par la droite (AB).