Chapitre 4 : factorisation et étude de signe

I Les différentes formes d'une expression algébrique

1. Vocabulaire : somme, produit, quotient, carré, inverse, ...

NOM	FORME	EXEMPLE	
SOMME	$A+B$	$2x^2+5x$	2 termes
DIFFERENCE	$A-B$	$8x-4$	
PRODUIT	$A\times B$	$(2x+3)(3x-1)$	2 facteurs
CARRÉ	A^2	$(x^3-3x^2+7x+1)^2$	
QUOTIENT	$\dfrac{A}{B}$	$\dfrac{5x+\sqrt{3}}{x^2-1}$	$\dfrac{\text{numérateur}}{\text{dénominateur}}$
INVERSE	$\dfrac{1}{A}$; $\dfrac{B}{A}$	$\dfrac{x^2-1}{5x+\sqrt{3}}$	

Associer à chaque énoncé l'expression algébrique correspondante :

Enoncé	Expression algébrique
1. La somme de deux produits d	a) $\dfrac{ab}{c+d}$
2. Le produit d'une différence et d'une somme f	b) $\dfrac{c}{d}-\dfrac{a}{b}$
3. La différence d'une somme et d'un produit c	c) $(a+b)-cd$
4. Le quotient d'une somme par une différence g	d) $ab+cd$
5. La différence de deux quotients b	e) $\dfrac{1}{c+d}$
6. L'inverse d'une somme e	f) $(a-b)(c+d)$
7. Le quotient d'un produit par une somme a	g) $\dfrac{a+b}{c-d}$

2) Transformation d'expressions algébriques

a) Réduire une somme : c'est écrire cette somme sous la forme la plus condensée possible, en regroupant les termes de même nature.

Exemple : $A = 3x^2 + 5x - 4 + 2x^3 - x^3 - x^2 + x + 4$

$A = 2x^3 + 2x^2 + 6x$

b) Développer : c'est transformer un produit de facteurs en une somme de termes.

Exemple : $B = (2x+1)(x-3) = 2x^2 - 6x + x - 3 = 2x^2 - 5x - 3$

c) Factoriser : c'est transformer une somme (ou une différence) en un produit de facteurs.

Exemple : $C = x^2 + 3x$ 2 termes séparés par un " + "

$C = x \times \underline{x} + 3 \times \underline{x}$

$C = \underline{x}(x+3)$ la parenthèse de factorisation comporte 2 termes séparés par un " + "

3) Développement et factorisation

a) identités remarquables

- $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Exemple : $(5x+3)^2 = 25x^2 + 30x + 9$

$a = 5x \quad b = 3 \quad 2ab = 30x$

- $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$

$a = 3x \quad b = 2 \quad 2ab = 12x$

- $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

Exemple : $(3x+4)(3x-4) = 9x^2 - 16$

$a = 3x \quad b = 4$

b) Méthode pour factoriser : comment trouver le facteur commun ?

- on reconnaît une identité remarquable :

<u>Exemple</u> : $16x^2 - 25 = (4x-5)(4x+5)$

$a^2 - b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 5$

$9x^2 + 24x + 16 = (3x+4)^2$

$a^2 + 2ab + b^2$ avec $a = 3x$ $b = 4$

- un réel est en facteur :

il y a 3 termes, donc dans la parenthèse de factorisation, on doit retrouver

<u>Exemple</u> : $6x^2 - 3x + 3 = \underline{3} \times 2x^2 - \underline{3} \times x + \underline{3} \times 1$

$= \underline{3}(2x^2 - x + 1)$

3 termes avec la même alternance de signes.

- x ou une puissance de x est en facteur :

<u>Exemple</u> : $7x^3 - 4x^2 + 3x = 7x^2 \times \underline{x} - 4x \times \underline{x} + 3 \times \underline{x} = \underline{x}(7x^2 - 4x + 3)$

- le facteur commun est une expression du type $ax+b$

Exemple : $(x-2)^2(x+1)-3x(x-2)$

$= (x-2)\underline{(x-2)}(x+1) - 3x\underline{(x-2)}$

$= \underline{(x-2)}\left[(x-2)(x+1) - 3x\right]$

$= (x-2)\left[x^2+x-2x-2-3x\right]$

$= (x-2)(x^2-4x-2)$

c) utiliser un dénominateur commun pour factoriser une expression rationnelle

Exemple : $\dfrac{2}{-x+3} - \dfrac{3}{2x+1} = \dfrac{2\times(2x+1)}{(-x+3)\times(2x+1)} - \dfrac{3\times(-x+3)}{(2x+1)\times(-x+3)}$

$= \dfrac{2(2x+1)-3(-x+3)}{(-x+3)(2x+1)}$

$= \dfrac{4x+2+3x-9}{(-x+3)(2x+1)}$ on ne développe pas le dénominateur

$= \dfrac{7x-7}{(-x+3)(2x+1)} = \dfrac{7(x-1)}{(-x+3)(2x+1)}$

II Résolution algébrique d'équations

1) Définition

Résoudre une équation d'inconnue x, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient l'égalité.

Exemple: (E) : $3x^2 + 5x - 1 = 7x$

$x = 1$ est solution de E car :

d'une part le 1er membre vaut $3 \times 1^2 + 5 \times 1 - 1$
$= 3 \times 1 + 5 - 1 = 7$

d'autre part le 2nd membre vaut $7 \times 1 = 7$

pour $x = 1$, l'égalité est vérifiée : $x = 1$ est solution de l'équation (E)

$x = 2$ n'est pas solution de l'équation car :

d'une part : pour $x = 2$ le 1er membre vaut $3 \times 2^2 + 5 \times 2 - 1$
$= 3 \times 4 + 10 - 1$
$= 12 + 10 - 1 = 21$

d'autre part : pour $x = 2$ le 2nd membre vaut $7 \times 2 = 14$

pour $x = 2$, l'égalité n'est pas vérifiée : $x = 2$ n'est pas solution de (E).

2) Expressions du 1er degré

une expression du 1er degré est une expression de la forme $ax+b$

a) Fonctions affines

Soient a et b deux nombres réels. La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax+b$ est appelée fonction affine.

Sa représentation graphique dans un repère est une droite (D) dont le coefficient directeur est a et l'ordonnée à l'origine est b. L'équation de (D) est $y = ax+b$

- si $a > 0$ la fonction f est croissante, (D) est une droite qui monte
- si $a < 0$ la fonction f est décroissante, (D) est une droite qui descend.

Cas particuliers

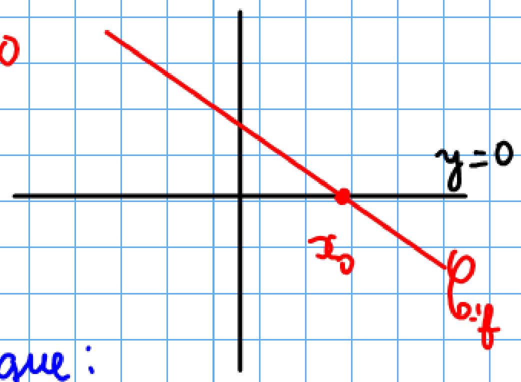
- si $b = 0$ f est une fonction linéaire associée à une situation de proportionnalité
  La droite (D) est une droite passant par l'origine du repère.
- si $a = 0$ alors $f(x) = b$; f est appelée fonction constante.
  La droite (D) a pour équation $y = b$: c'est une droite horizontale.

b. Équation $ax+b=0$

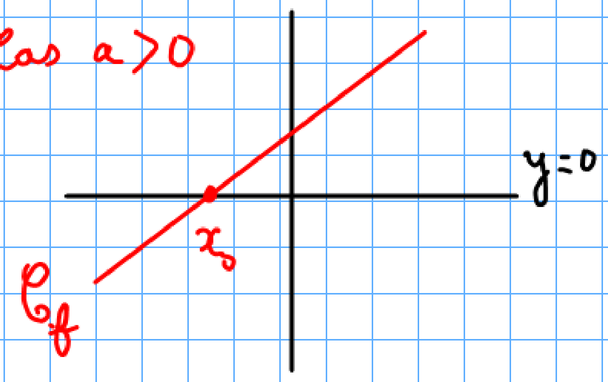
Soit f fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax+b$

Résoudre l'équation $ax+b=0$ revient à chercher les antécédents de 0 par f

Cas $a<0$



Cas $a>0$



résolution graphique :

la droite d'équation $y=0$ (l'axe des abscisses) ne coupe qu'une fois $\mathcal{C}_f$

donc il n'existe qu'une seule solution x_0

résolution algébrique :

$$f(x) = 0 \iff ax + b = 0$$

équivaut à

$$\iff ax = -b$$

$$\iff \frac{\cancel{a}x}{\cancel{a}} = \frac{-b}{a}$$

$$x_0 = \frac{-b}{a}$$

c) Méthode : Équation se ramenant à un problème du 1er degré :

Exemple : résoudre $3x + 3 = 5x - 7$

- on traite les informations de la gauche vers la droite et on isole l'inconnue dans l'un des membres :

$$3x + 3 = 5x - 7$$

$$\Leftrightarrow 3x - 5x = -7 - 3$$

$$\Leftrightarrow -2x = -10$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10}{-2} = 5$$

$$\mathcal{S} = \{5\}$$

Vérification : pour $x = 5$

d'une part le 1er membre vaut $3 \times 5 + 3 = 18$

d'autre part le 2nd membre vaut $5 \times 5 - 7 = 18$

3) Équation produit :

a) Définition :

Une équation produit est une équation dont le premier membre est un produit de facteurs et dont le second membre est égal à zéro.

Exemple : $(2x+1)(x-3)=0$ est une équation produit

b) Propriété : Règle du produit nul.

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemple : $(2x+1)(x-3)=0$

$\Leftrightarrow \quad 2x+1=0 \quad$ ou $\quad x-3=0$

$\Leftrightarrow \quad 2x=-1 \qquad\qquad x=3$

$\Leftrightarrow \quad x=\dfrac{-1}{2}$

$$\boxed{S=\left\{-\tfrac{1}{2}\,;\,3\right\}}$$

4) Équation $x^2 = k$

a) La fonction carré

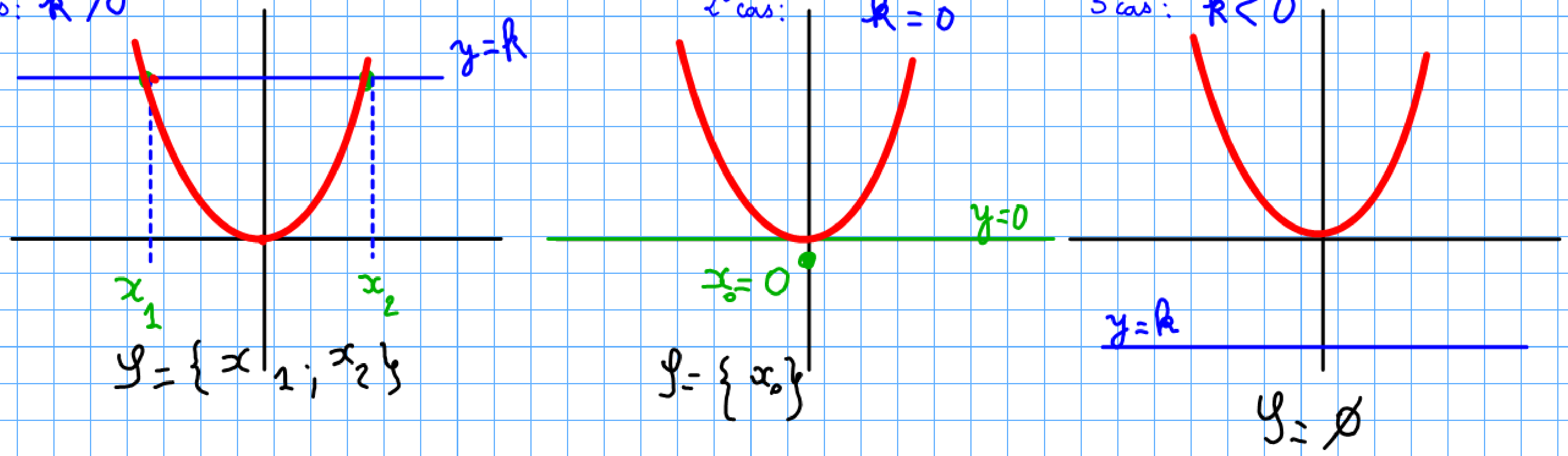
La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$ est appelée fonction carré ; sa représentation graphique dans un repère est appelée parabole.

b) Résoudre l'équation $x^2 = k$ graphiquement

résolution graphique : cela revient à déterminer les abscisses des points d'intersection de $\mathcal{C}_f$ avec la droite horizontale d'équation $y = k$.

- Plusieurs cas selon le signe de k :

1er cas : $k > 0$ — 2e cas : $k = 0$ — 3e cas : $k < 0$



c) résolution algébrique

$x^2 = k$.

- si $k < 0$: $x^2 = k$ impossible car un carré est toujours positif ou nul
- si $k = 0$: $x^2 = 0 \iff x \times x = 0$ d'après la règle du produit nul

  $x = 0$ ou $x = 0$
- si $k > 0$: comme $k > 0$, k peut s'écrire sous la forme $(\sqrt{k})^2$

l'équation $x^2 = k$ équivaut à $x^2 = (\sqrt{k})^2$

$\iff x^2 - (\sqrt{k})^2 = 0$

$\iff (x - \sqrt{k})(x + \sqrt{k}) = 0$

identité remarquable
$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

D'après la règle du produit nul : on a $x - \sqrt{k} = 0$ ou $x + \sqrt{k} = 0$

$\iff x = \sqrt{k}$ ou $x = -\sqrt{k}$

Exemple : $x^2 = 5$

$\iff x = \sqrt{5}$ ou $x = -\sqrt{5}$ $\quad \mathcal{S} = \{-\sqrt{5} ; \sqrt{5}\}$

d) Équation se ramenant à $X^2 = k$

exemple : Résoudre $(x-8)^2 = 9$

méthode 1

1 on pose $X = (x-8)$, on obtient

alors $X^2 = 9$

$\Leftrightarrow X = \sqrt{9}$ ou $X = -\sqrt{9}$

$\Leftrightarrow X = 3$ ou $X = -3$

$\Leftrightarrow x - 8 = 3$ ou $x - 8 = -3$

$\Leftrightarrow x = 3 + 8$ ou $x = -3 + 8$

$\Leftrightarrow x = 11$ ou $x = 5$

$S = \{5 ; 11\}$

méthode 2

2 on transpose pour obtenir une équation dont le second membre est égal à zéro

on obtient $(x-8)^2 - 9 = 0$

on reconnaît une I.R $a^2 - b^2 = 0$

avec $a^2 = (x-8)^2$ $\quad a = (x-8)$

$b^2 = 9$ $\quad b = 3$

on factorise en $(a-b)(a+b) = 0$

$[(x-8) - 3][(x-8) + 3] = 0$

on réduit : $(x-8-3)(x-8+3) = 0$

$(x-11)(x-5) = 0$

on applique la règle du produit nul :

$x - 11 = 0$ ou $x - 5 = 0$

$x = 11$ ou $x = 5$

$S = \{5 ; 11\}$

5) Équations se ramenant à une équation produit

Exemple 1 : résoudre (E) : $(2x-1)^2 = (x+2)^2$

Méthode :

- on évite de développer, mais on transpose (on se ramène à une équation dont le second membre est égal à zéro)

$(E) : (2x-1)^2 - (x+2)^2 = 0$

- on cherche à factoriser

ici on factorise à l'aide de l'I.R $A^2 - B^2 = (A-B)(A+B)$

avec $A = (2x-1)$ $B = (x+2)$

$(E) : [(2x-1) - (x+2)][(2x-1) + (x+2)] = 0$

on réduit dans les crochets : $(E) : (2x-1-x-2)(2x-1+x+2) = 0$

$(E) : (x-3)(3x+1) = 0$

- on a une équation produit : on applique la règle du produit nul

$(E) : x - 3 = 0$ ou $3x + 1 = 0$

$x = 3$ ou $3x = -1$

$x = -\dfrac{1}{3}$

$\mathcal{S} = \{-1/3 ; 3\}$

Exemple 2 : Résoudre (E) : $(2-x)(3+x) = 2(3-2x)(2-x)$

Méthode :

- on transpose :

$$(E) : \underline{(2-x)}(3+x) - 2(3-2x)\underline{(2-x)} = 0$$

- on cherche à factoriser :

$$(E) : \mathbf{(2-x)}\left[(3+x) - 2(3-2x)\right] = 0$$

$$(E) : (2-x)(3+x-6+4x) = 0$$

on réduit : $(E) : (2-x)(5x-3) = 0$

- on a une équation produit, on applique la règle du produit nul

$$(E) : \quad 2-x = 0 \quad \text{ou} \quad 5x-3 = 0$$

$$-x = -2 \qquad\qquad 5x = 3$$

$$x = +2 \qquad\qquad x = \frac{3}{5}$$

$$\mathcal{S} = \left\{ 3/5 \,;\, 2 \right\}$$

6) Équation quotient

FICHE METHODE

règle du quotient nul : un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul

EQUATION AVEC INCONNUE AU DENOMINATEUR		
$\frac{A(x)}{B(x)} = 0$	**Règle :** $\frac{A}{B} = 0$ si et seulement si $A = 0$ et $B \neq 0$ • Ne pas oublier de déterminer les valeurs interdites. • On doit donc résoudre $A(x) = 0$ Cf. méthodes ci-dessus	• $\frac{x^2 - 9}{x + 3} = 0$ on résout : $x^2 - 9 = 0$ $(x-3)(x+3) = 0$ $x - 3 = 0$ ou $x + 3 = 0$ $x = 3$ $\quad$ $x = -3$ valeur interdite ! $S = \{3\}$

recherche de la valeur interdite

on doit avoir $x + 3 \neq 0$

$x \neq -3$

-3 est valeur interdite.

d'après la règle du produit nul

Equation quelconque avec inconnue au dénominateur.	Transposer $\Downarrow$ Réduire au même dénominateur $\Downarrow$ On se ramène à $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$	• $\dfrac{x-2}{4} = \dfrac{x^2}{x-2}$

on transpose : $\dfrac{x-2}{4} - \dfrac{x^2}{x-2} = 0$

$$\frac{(x-2)(x-2) - 4x^2}{4(x-2)} = 0$$

$$\frac{(x-2)^2 - 4x^2}{4(x-2)} = 0$$

$a^2 - b^2$

avec $a = (x-2)$ $b = 2x$

on factorise le numérateur

$$\frac{[(x-2)-2x][(x-2)+2x]}{4(x-2)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(x-2-2x)(x-2+2x)}{4(x-2)}=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{(-x-2)(3x-2)}{4(x-2)}=0$$

valeur interdite : $4(x-2)=0 \Leftrightarrow x-2=0 \Leftrightarrow x=2$ valeur interdite

on applique la règle du quotient nul :

$$(-x-2)(3x-2)=0$$

$-x-2=0$ ou $3x-2=0$

$-x=+2$ $\qquad$ $3x=2$

$x=-2$ $\qquad$ $x=\frac{2}{3}$

$$S=\left\{-2\,;\,\frac{2}{3}\right\}$$

N.B. Ne pas oublier les valeurs interdites.

Il faut éventuellement écarter certaines solutions.

- $\dfrac{x^3 - x}{x+1} = 3x$

on transpose : $\dfrac{x^3 - x}{x+1} = 3x$

$$\iff \frac{x^3 - x}{x+1} - \frac{3x}{1} = 0$$

$$\iff \frac{(x^3 - x) \times 1 - 3x(x+1)}{(x+1) \times 1} = 0$$

$$\iff \frac{x(x^2-1) - 3x(x+1)}{x+1} = 0$$

$$\iff \frac{x(x-1)(x+1) - 3x(x+1)}{x+1} = 0$$

$$\iff \frac{x(x+1)[(x-1)-3]}{x+1} = 0$$

$$\iff \frac{x(x+1)(x-4)}{x+1} = 0$$

attention, on ne simplifie pas par $(x+1)$ avant de déterminer les valeurs interdites.

- valeurs interdites $x + 1 = 0 \iff x = -1$
- Règle du quotient nul : $x(x+1)(x-4) = 0$

$x = 0$ ou $x + 1 = 0$ ou $x - 4 = 0$

$x = -1$ $\quad$ $x = 4$

parmi ces solutions, on enlève les valeurs interdites

$S = \{0 ; 4\}$.

III Résolution algébrique d'inéquations - Signe d'une expression

1- Inéquation $ax+b>0$ ou $ax+b<0$

a) rappel sur les fonctions affines

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax+b$ est une fonction affine

- si $a>0$ la fonction est strictement croissante
- si $a<0$ la fonction est strictement décroissante

Démonstration : Soient x_1 et x_2 2 réels tels que $x_1 < x_2$

Comparons $f(x_1)$ et $f(x_2)$ pour savoir si la fonction conserve l'ordre ou non.

remarque :

- Comparer 2 nombres a et b, c'est placer une relation d'ordre $<$ ou $>$ entre les 2 nombres a et b.
- Cela revient également à étudier le signe de la différence $a-b$. En effet $a-b<0 \iff a<b$; $a-b>0 \iff a>b$

comparons $f(x_1) = ax_1+b$ et $f(x_2) = ax_2+b$

$$f(x_1) - f(x_2) = (ax_1 + b) - (ax_2 + b)$$
$$= ax_1 + \cancel{b} - ax_2 - \cancel{b}$$
$$= a(x_1 - x_2)$$

Etudions le signe de $f(x_1) - f(x_2)$ en fonction du signe de a.

on a $x_1 < x_2$ donc $x_1 - x_2 < 0$

si $a < 0$

pour $a(x_1 - x_2)$ on a une règle des signes $(-) \times (-) = (+)$

d'où $f(x_1) - f(x_2) > 0$

$f(x_1) > f(x_2)$

la fonction change l'ordre, elle est décroissante

si $a > 0$

pour $a(x_1 - x_2)$ on a une règle des signes $(+) \times (-) = (-)$

d'où $f(x_1) - f(x_2) < 0$

$f(x_1) < f(x_2)$

la fonction conserve l'ordre, elle est croissante

b. Opérations sur les inégalités

propriété :

- Lorsque l'on multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même réel positif, on obtient une inégalité de même sens.
- Lorsque l'on multiplie les 2 membres d'une inégalité par un même réel négatif, on obtient une inégalité de sens contraire.

Démonstration :

la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax$ est une fonction linéaire.
Sa représentation graphique est une droite passant par l'origine du repère.

Soient x_1 et x_2 2 réels tels que $x_1 < x_2$; comparons $f(x_1)$ et $f(x_2)$

- si $a < 0$

la fonction f est décroissante, elle change l'ordre

$$x_1 < x_2$$
$$f(x_1) > f(x_2)$$
$$a x_1 > a x_2$$

- si $a > 0$

la fonction f est croissante, elle conserve l'ordre

$$x_1 < x_2$$
$$f(x_1) < f(x_2)$$
$$a x_1 < a x_2$$

Exemple :

$$a < b \qquad\qquad a < b$$
$$3a < 3b \qquad\qquad -2a > -2b$$

c) Signe de « $ax+b$ »

$$ax+b > 0$$

$$\Leftrightarrow \quad ax > -b$$

$a > 0$: $x > -\frac{b}{a}$

x		$-b/a$	
$ax+b$	$-$	0	$+$

signe de a

$a < 0$: $x < -\frac{b}{a}$

x		$-b/a$	
$ax+b$	$+$	0	$-$

signe de a

Méthode :
Dans le tableau de signe d'une expression du type "$ax+b$" le signe de "a" est à droite de zéro.

Exemple : donner le tableau de signe de $f(x) = 3x-2$

$3x-2=0 \Leftrightarrow 3x=2 \Leftrightarrow x=\frac{2}{3}$

Vocabulaire : on appelle "racine" d'une expression toute valeur qui annule cette expression

Ici $\frac{2}{3}$ est racine de $f(x)$

tableau de signe de $f(x) = 3x - 2$

x	$-\infty$		$2/3$		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	

le signe de a est à droite de zéro.

$a = 3$; $a > 0$

2 - Signe d'une expression factorisée (produit de facteurs)

Méthode : pour étudier le signe d'une expression qui ne se présente pas sous la forme "$ax + b$", il faut qu'elle soit factorisée. Ensuite, on dresse un tableau appelé tableau de signes, dans lequel on va étudier le signe de chaque facteur "$ax + b$". Enfin on applique la règle des signes.

Exemple : Dresser le tableau de signes de $P(x) = (2x + 1)(-x + 2)$

x	$-\infty$		$-1/2$		2		$+\infty$
$2x+1$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+2$		$+$		$+$	0	$-$	
$(2x+1)(-x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

ici on reporte l'ensemble de définition de la fonction, ainsi que les racines.

le signe de a est à droite de zéro.

on applique la règle des signes.

ainsi que la règle du produit nul :

d'après la règle du produit nul $P(x)=0$

$\Leftrightarrow$ $2x+1=0$ ou $-x+2=0$

$2x=-1$ $\qquad$ $-x=-2$

$x=-\frac{1}{2}$ $\qquad$ $x=2$

le produit est nul si et seulement si l'un au moins des facteurs est nul.

- on reporte les racines dans l'ordre croissant
- puis on trace des traits verticaux au niveau des racines, formant ainsi des rectangles dans lesquels on va placer le signe de chaque expression $ax+b$

Le tableau précédent permet de résoudre tout type d'inéquation.

Par exemple : $P(x)<0 : S=\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[\cup\left]2;+\infty\right[$

Les crochets sont ouverts car l'inégalité est stricte.

Remarque : Dans certains cas, il n'est pas utile de dresser un tableau de signe complet.

par exemple, considérons l'expression $P(x) = (x^2+4)(x-3)$.

$P(x)$ est du signe de $(x-3)$

en effet le premier facteur est toujours strictement positif

- $\forall x \in \mathbb{R}$ $\quad x^2 \geqslant 0$ un carré est toujours positif ou nul

signifie "quel que soit"

$$x^2 + 4 \geqslant 0 + 4$$

$$x^2 + 4 \geqslant 4 > 0$$

donc $x^2 + 4 > 0$.

- Le signe du produit $(x^2+4)(x-3)$ ne dépend donc que du signe de $(x-3)$. On dit que $P(x)$ est du signe de $(x-3)$

En dressant le tableau de signe de $(x-3)$ on a donc également le tableau de signe de $P(x)$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	

racines :
pas de racine pour x^2+4 (voir plus haut)
$x - 3 = 0 \iff x = 3$

$P(x) \leqslant 0 : \mathcal{S} =]-\infty ; 3]$

3- Signe d'un quotient :

Propriété : Le signe du quotient $\frac{A}{B}$; c'est le signe du produit $A \times B$.

Attention : Pour le quotient, on se posera la question des valeurs interdites, qui sont en particulier telles que $B(x) = 0$. Ensuite, dans le tableau de signe général, les valeurs interdites seront repérées par des doubles barres.

Exemple : Soit $Q(x) = \dfrac{(4-2x)(3x+1)}{x-1}$ Résoudre l'inéquation $Q(x) \leqslant 0$

Les valeurs interdites sont telles que $x - 1 = 0 \iff x = 1$

1 est valeur interdite

Les racines sont telles que le numérateur soit nul : (règle du quotient nul).

$(4-2x)(3x+1) = 0 \quad \iff \quad 4 - 2x = 0 \quad$ ou $\quad 3x + 1 = 0$

$\iff \quad -2x = -4 \qquad 3x = -1$

$\Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{4}{-2}$ ou $x = -\dfrac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \quad x = 2 \qquad x = -\dfrac{1}{3}$

- On place chaque facteur dans une ligne du tableau

x	$-\infty$		$-1/3$		1		2		$+\infty$
$4-2x$		$+$		$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
$3x+1$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	$\|\|$	$+$		$+$	
$Q(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Le signe de a est à droite du zéro.
ici $a = -4$ donc $a < 0$.

$Q(x) \leq 0 : \mathcal{S} = \left[-\frac{1}{3} ; 1\right[\cup \left[2 ; +\infty\right[$

double barre : valeur interdite
on ne place pas de zéro.

crochet fermé : inégalité large

crochet ouvert : valeur interdite

- Résoudre : $Q(x) < 0$

D'après le tableau précédent, $Q(x) < 0 : \mathcal{S} = \left]-\frac{1}{3} ; 1\right[\cup \left]2 ; +\infty\right[$