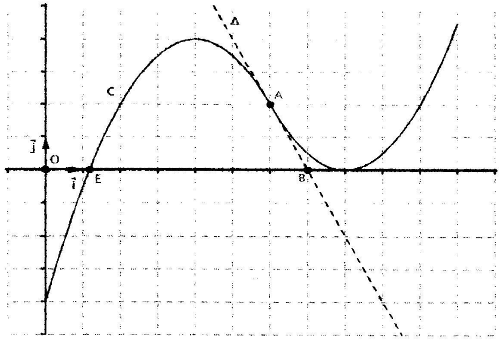
ACCOMPAGNEMENT PERSONNALISE – FICHE DE CORRECTION « MODELE »

EXERCICE 2



On considère une fonction définie et dérivable sur $I = [0;11]$.
Sa représentation graphique est la courbe $\mathcal{C}$ ci-contre. Elle passe par les points $A(6;2)$ et $E(0;1,2)$.
La tangente en A à $\mathcal{C}$ est la droite Δ qui passe par le point $B(7;0)$.

Les questions suivantes sont indépendantes.

1. Par lecture graphique :

a. Dresser le tableau de variation de f. Indiquer le signe de $f'(x)$ sur I.

b. Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x) = -2$.

c. Donner l'ensemble des réels tels que $2 \leq f(x)$.

2. Que valent $f(6)$ et $f'(6)$? Écrire une équation de Δ.

3. La fonction F est définie et dérivable sur I, a pour dérivée f, et $F(0) = 0$, $F(1,2) = -2,2$, $F(11) = 17,8$. Dresser le tableau de variation de F sur $[0,11]$.

Remarque : il y a une erreur d'énoncé. Les coordonnées de E sont **E(1,2 ; 0)**

1. a. Le signe de f' dépend des variations de f.

x	0		4		8		11
$f(x)$	-4	↗	4	↘	0	↗	4,5
$f'(x)$		+	0	–	0	+	

b. Démontrons que l'équation $f(x) = -2$ admet une unique solution dans [0 ;11]

f est continue et strictement croissante sur [0 ;4], à valeurs dans [-4 ; 4].
$-2 \in$ [-4 ;4] donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, $f(x) = -2$ admet une unique solution dans [0 ;4].
Sur [4 ;11] f est continue à valeurs dans [0 ;4,5]. – 2 $\notin$ [0 ;4,5] donc d'après le théorème des valeurs intermédiaires, $f(x) = -2$ n'admet aucune solution dans [1,2 ;11].
Conclusion : $f(x) = -2$ admet une unique solution dans [0 ;11].

2. A(6 ;2) $\in \mathcal{C}_f \Leftrightarrow f(6) = 2$.
$f'(6)$ correspond au coefficient directeur de la droite (AB) tangente à $\mathcal{C}_f$

au point A d'abscisse $a = 6$: $f'(6) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = -2$

$\Delta : y = f'(a)(x-a) + f(a)$
$\Delta : y = f'(6)(x-6) + f(6)$
$\Delta : y = -2(x-6) + 2$ $\Delta : y = -2x + 14$

3. Les variations de F dépendent du signe de sa dérivée f.

x	0		1,2		8		11
$f(x)$		–	0	+	0	+	
$F(x)$	0	↘	4 – 2,2	↗		↗	17,8