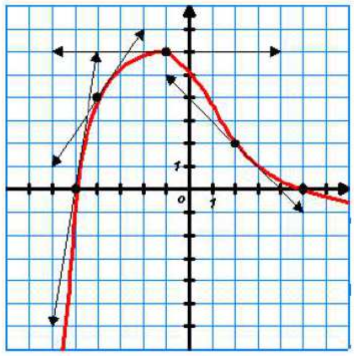
EN ROUTE VERS LE BACCALAUREAT
CORRIGE DE L'ACCOMPAGNEMENT PERSONNALISE DU 8 JANVIER 2018

Exercice 1 : 3 points



On considère la fonction f dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

1. Déterminer l'abscisse de chacun des points de tangence.
   – 5 ; – 4 ; – 1 ; 2 ; 5.

2. Déterminer $f'(2)$. $f'(2)$ correspond au coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2. $f'(2) = -1$.

3. a. Déterminer $f'(-4)$ et $f(4)$. $f'(-4)=\dfrac{3}{2}$ et $f(-4)=4$.

   b. En déduire une équation de la tangente au point d'abscisse -4 .

   $$y=\frac{3}{2}x+10$$

4. Déterminer le signe de $f'(-2)$. f est croissante au voisinage de -2 donc $f'(-2)>0$.

5. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x)=2$.
   $\mathscr{C}_f$ coupe 2 fois la droite horizontale d'équation $y=2$ donc $f(x)=2$ admet 2 solutions.

Exercice 2 : 1 point

Résoudre l'équation $200 \times 0{,}48^n \leq 50$. Les justifications sont obligatoires

$200 \times 0{,}48^n \leq 50$

$\Leftrightarrow 0{,}48^n \leq \dfrac{50}{200}$

$\Leftrightarrow \ln\left(0{,}48^n\right) \leq \ln\left(\dfrac{1}{4}\right)$

$\Leftrightarrow n\ln 0{,}48 \leq \ln\left(\dfrac{1}{4}\right)$ 0,48 < 1 donc ln (0,48) < 0

$\Leftrightarrow n \geq \dfrac{\ln\left(\dfrac{1}{4}\right)}{\ln(0{,}48)} \Leftrightarrow n \geq 2$

Exercice 3 : 1 point

Soit $f(x) = 3(\ln x - 2)(5 - \ln x)$

1. Déterminer le domaine de définition de f. $\mathscr{D}_f = \mathbb{R}^{+*}$

2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$. On applique la règle du produit nul :
   $3(\ln x - 2)(5 - \ln x)$

$\Leftrightarrow (\ln x - 2) = 0$ ou $(5 - \ln x) = 0$

$\Leftrightarrow \ln x = 2$ ou $\ln x = 5$

$\Leftrightarrow \ln x = \ln e^2$ ou $\ln x = \ln e^5$

$\Leftrightarrow x = e^2$ ou $x = e^5$: $\mathscr{S} = \{e^2 ; e^5\}$

Exercice 4 : 5 points

On considère la fonction *f* définie pour tout réel *x* strictement positif par $f(x) = 2x - x \ln x + 1$ et on considère $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.
La fonction *f* est deux fois dérivable sur l'intervalle. On note *f* ' sa fonction dérivée et *f* '' sa dérivée seconde.

1. La tangente *T* à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A(1\,;3)$ coupe l'axe des ordonnées au point $B(0\,;2)$. Déterminer $f'(1)$.

   $f'(1)$ correspond au coefficient directeur de la droite (*AB*) tangente à $\mathscr{C}_f$ au point *A* d'abscisse 1.

   $f'(1) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 1$

2. Etudier les variations de *f* .

   Les variations de *f* dépendent du signe de sa dérivée *f* '.

   $u(x) = x \qquad u'(x) = 1$

   $v(x) = \ln x \qquad v'(x) = \dfrac{1}{x}$

   Pour tout $x > 0$, $f'(x) = 2 - (\ln x + 1) + 0 = 1 - \ln x$

   $$f'(x) \geq 0 \Leftrightarrow 1 - \ln x \geq 0 \Leftrightarrow \ln x \leq 1 \Leftrightarrow x \leq e$$

   Il en résulte que *f* est croissante sur]0 ;e] et décroissante sur [e ;+∞ [

3. Etudier la convexité de *f*.

   La convexité de *f* dépend du signe de sa dérivée *f* ''.

   Pour tout $x > 0$, $f''(x) = -\dfrac{1}{x} < 0$ Donc *f* est concave sur $\mathbb{R}^{+*}$.