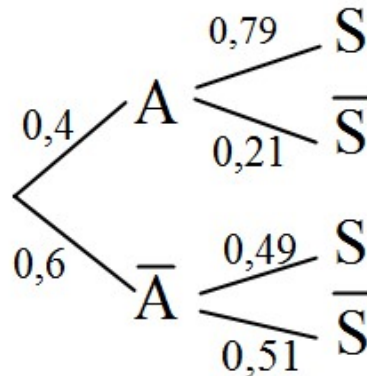


Correction du DST sur les probabilités

EXERCICE 1 : TOUS LES RÉSULTATS SERONT ARRONDIS AU MILLIÈME SI NÉCESSAIRE. 8POINTS

1. Traduire les données par un arbre pondéré.



2. a. La probabilité de l'évènement : « le candidat a obtenu le permis lors de la première présentation et il l'a préparé avec la filière AAC » est :
 $p(A \cap S) = 0,4 \times 0,79 = 0,316$

b. D'après la formule des probabilités totales, la probabilité d'obtenir le permis de conduire lors de la première présentation est :
 $p(S) = p(A \cap S) + p(\bar{A} \cap S) = 0,4 \times 0,79 + 0,6 \times 0,49 = 0,61$

3. La probabilité qu'un candidat ait préparé l'examen avec la filière AAC sachant qu'il a échoué à la première tentative est :

$$p_{\bar{S}}(A) = \frac{p(\bar{S} \cap A)}{p(\bar{S})} = \frac{0,4 \times 0,21}{1 - 0,61} \approx 0,215$$

4. On interroge au hasard et de façon indépendante trois candidats après l'obtention du résultat de leur première présentation. Soit X la variable aléatoire qui compte le nombre de candidats ayant échoué à la première présentation. On a donc un schéma de Bernouilli de paramètres $n=3$ et $p=0,39$. X suit une loi binômiale $\mathcal{B}(3; 0,39)$.

La probabilité d'interroger au moins un candidat ayant échoué est :

$$p(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,61^3 \approx 0,773$$

5. Cette auto-école pratique les tarifs suivants :

- 1 200 € le forfait 20 heures avec la filière AAC ;

- 1 050 € le forfait 20 heures avec la filière traditionnelle.

Sachant que le nombre d'inscrits est de 200 candidats pour l'année, le chiffre d'affaires annuel de cette auto-école pour l'année 2006 est :

$$80 \times 1200€ + 120 \times 1050€ = 222\,000 €$$

Pour 100 candidats inscrits 40 le sont en filière AAC et 60 en filière traditionnelle ; ainsi pour 200 candidats inscrits 80 le sont en filière AAC et 120 en filière traditionnelle.

EXERCICE 2 : TOUS LES RÉSULTATS SERONT ARRONDIS AU MILLIÈME SI NÉCESSAIRE. 4POINTS

Une entreprise commercialise un modèle « B » de disque dur mécanique. L'utilisation de ce modèle sur des serveurs a permis d'établir un taux de défaillance annuel de 2 %.

Un client commande 50 disques durs du modèle « B ». Le nombre de disques durs fabriqués est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler le choix des 50 disques durs à un tirage aléatoire avec remise.

On note X la variable aléatoire égale au nombre disques durs achetés susceptibles de connaître une panne pendant l'année.

1. X suit la loi binomiale de paramètres $n= 50$ et $p = 0,02$.
2. $P(X = 1)$ est la probabilité qu'exactement 1 disque dur présente une défaillance la première année de fonctionnement parmi 50 durs.
A l'aide de la calculatrice, avec $\text{BinomFPD}(50,0,02,1)$ on obtient : $P(X = 1) = 0,371$
3. La probabilité qu'au moins un des disques durs achetés présente une défaillance au cours de l'année est $P(X \geq 1)$.
 $P(X \geq 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - 0,98^{50} = 0,636$

EXERCICE 3 : TOUS LES RÉSULTATS SERONT ARRONDIS AU MILLIÈME SI NÉCESSAIRE. 8POINTS

Le tableau ci-dessous donne l'origine scolaire des étudiants entrant en première année de CPGE en 2017-2018 (en pourcentage) ainsi que les effectifs des nouveaux entrants en première année de CPGE en 2017-2018 :

| | Origine des étudiants en % | | | | Nouveaux entrants |
|-----------------------------------|----------------------------|----------|---------|--------|-------------------|
| | Term. S | Term. ES | Term. L | Autres | |
| Filière scientifique | 95,2 | 0 | 0 | 4,8 | 23806 |
| Filière économique et commerciale | 47,3 | 42,2 | 0,7 | 9,8 | 10003 |
| Filière littéraire | 23 | 21,3 | 54,9 | 0,8 | 6654 |

On choisit au hasard le dossier informatisé d'un étudiant dans la liste des nouveaux entrants en première année de CPGE en 2017-2018 et on note :

- E l'évènement : « Le dossier choisi est celui d'un étudiant dont l'origine scolaire est la terminale ES » ;
- C l'évènement : « Le dossier choisi est celui d'un étudiant de la filière économique et commerciale » ;
- L l'évènement : « Le dossier choisi est celui d'un étudiant de la filière littéraire ».

1. Avant de répondre aux questions, il faut calculer le nombre total de nouveaux entrants :
 $23\ 806 + 10\ 003 + 6\ 654 = 40\ 463$

$$p(C) = \frac{10003}{40463} \approx 0,247 \qquad p(L) = \frac{6654}{40463} \approx 0,164$$

2.a) $p_C(E) = 0,422$ d'après le tableau

- b) $E \cap C$: « le dossier choisi est celui d'un étudiant de la filière économique et commerciale dont l'origine scolaire est la terminale ES. »

$$p(E \cap C) = p(C) \times p_C(E) = \frac{10003}{40463} \times 0,422 \approx 0,104$$

3. D'après la formule des probabilités totales, la probabilité de choisir le dossier d'un étudiant dont l'origine scolaire est la terminale ES est :

$$p(E) = p(E \cap C) + p(E \cap L) + p(E \cap S)$$

$$\text{Or } p(E \cap S) = 0 \text{ et } p(E \cap L) = p(L) \times p_L(E) = \frac{6654}{40463} \times 0,213 \approx 0,035 =$$

$$\text{D'où } p(E) \approx 0,104 + 0,035 \approx 0,139$$

4. Le dossier choisi est celui d'un étudiant dont l'origine scolaire est la terminale ES.
La probabilité que ce soit le dossier d'un étudiant de la filière économique et commerciale est :

$$P_E(C) = \frac{p(E \cap C)}{p(E)} \approx \frac{0,104}{0,139} \approx 0,748$$