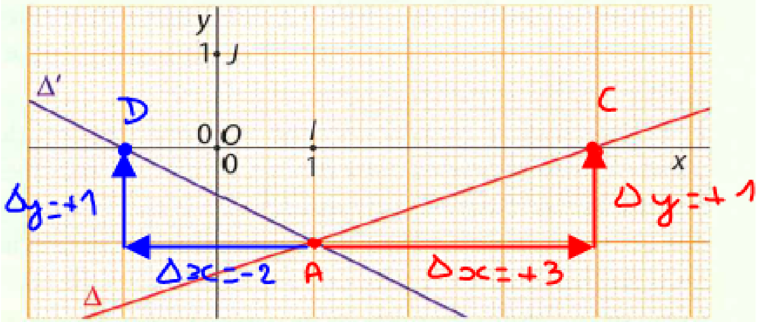
Je fais le point

SAVEZ-VOUS déterminer le coefficient directeur d'une droite donnée graphiquement ?



ÉNONCÉ 1

Déterminer le coefficient directeur de la droite Δ.

ÉNONCÉ 2

Déterminer le coefficient directeur de la droite Δ'.

Énoncé 1 : Par lecture graphique

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{+1}{+3} = \frac{1}{3}$$

Énoncé 2 : Par lecture graphique

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2}$$

Je fais le point

attention aux unités !

SAVEZ-VOUS tracer une droite dont on connaît un point et le coefficient directeur ?

ÉNONCÉ 1

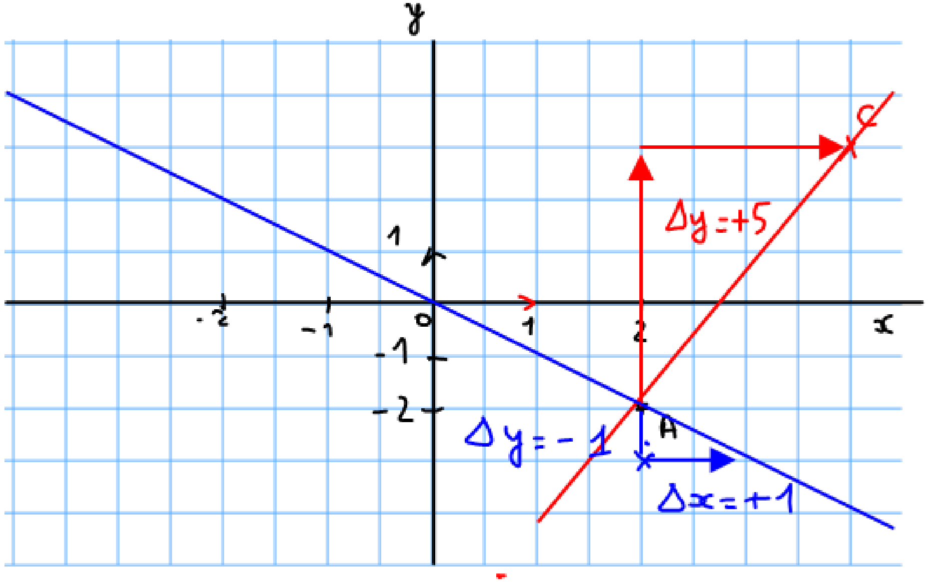
Le plan étant rapporté à un repère, tracer la droite Δ_1 passant par $A(2\,;-2)$ et de coefficient directeur 2,5.

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2,5}{1} = \frac{5}{2}$

ÉNONCÉ 2

Le plan étant rapporté à un repère, tracer la droite Δ_2 passant par $A(2\,;-2)$ et de coefficient directeur -1.

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1}{1}$



Cours : $y = ax + b$ $\quad B(0\,;\,b)$

Je fais le point

SAVEZ-VOUS déterminer l'équation réduite d'une droite définie par deux de ses points ?

ÉNONCÉ 1

Le plan est rapporté à un repère.
Déterminer l'équation réduite de la droite (AB), avec $A(-1\,;0)$ et $B(1\,;-1{,}5)$.

$A(-1\,;\,0)$
$B(1\,;-1{,}5)$

ÉNONCÉ 2

Le plan est rapporté à un repère.
Déterminer l'équation réduite de la droite (OC), où O est l'origine du repère, avec $C(-3\,;4)$.

$x_O \neq x_C$ donc (OC) n'est pas verticale : $y = ax + b$

avec $b = 0$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_C - y_O}{x_C - x_O} = \frac{4-0}{-3-0} = -\frac{4}{3}$$

(OC) : $y = -\frac{4}{3}x$

Énoncé 1 : $x_A \neq x_B$

(AB) : $y = ax + b$

avec $a = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

$$= \frac{-1{,}5 - 0}{1-(-1)}$$

$$= \frac{-1{,}5}{2} = \frac{-3}{4}$$

$y = -\frac{3}{4}x + b$

Déterminons b à l'aide d'un point

Avec le point A on obtient

$y_A = -\frac{3}{4} \times x_A + b$

$0 = -\frac{3}{4} \times (-1) + b \iff 0 = \frac{3}{4} + b$

$\iff 0 - \frac{3}{4} = b$

$\iff b = -\frac{3}{4}$

(AB) : $y = -\frac{3}{4}x - \frac{3}{4}$

Vérification avec B :

$-\frac{3}{4} \times x_B - \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} \times 1 - \frac{3}{4}$

$= \frac{-6}{4} = -1{,}5 = y_B$

Je fais le point

SAVEZ-VOUS tracer une droite dont on connaît l'équation réduite ?

ÉNONCÉ 1

Le plan est rapporté à un repère.
Tracer la droite D d'équation $y = 3x - 2,5$.

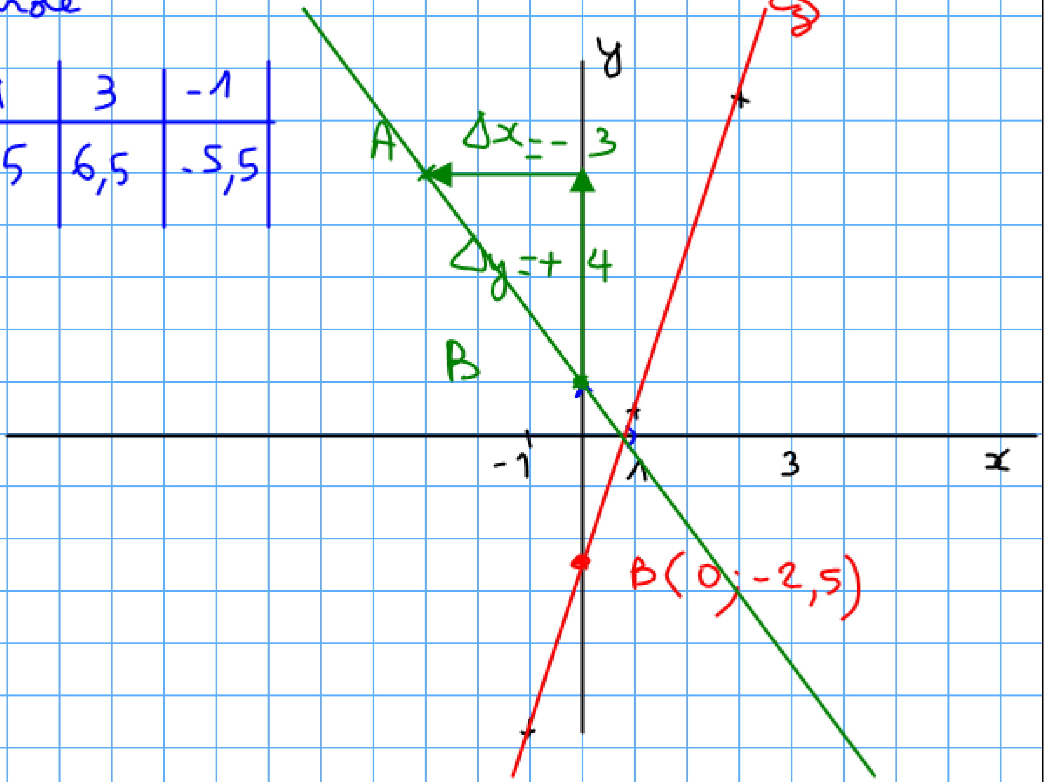
ÉNONCÉ 2

Le plan est rapporté à un repère.
Tracer la droite D' d'équation $y = -\frac{4}{3}x + 1$.

1ère méthode : tableau de valeurs

on calcule les coordonnées de 2 points + 1 point de contrôle

x	1	3	-1
y	0,5	6,5	-5,5



2e méthode : on place l'ordonnée à l'origine et on reporte le coefficient directeur

B(0 ; 1)

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-4}{3} = \frac{4}{-3}$

Je fais le point

Énoncé 1 : $\mathcal{D} : y = x + 1$

- $A \in \mathcal{D} \iff y_A = x_A + 1$

or $x_A + 1 = 1 + 1 = 2 = y_A$ donc $A \in \mathcal{D}$

- $B \in \mathcal{D} \iff y_B = x_B + 1$

or $x_B + 1 = -1 + 1 = 0 \neq y_B$ donc $B \notin \mathcal{D}$

- $C \in \mathcal{D} \iff y_C = x_C + 1$

or $x_C + 1 = -3 + 1 = -2 = y_C$ donc $C \in \mathcal{D}$

SAVEZ-VOUS déterminer si un point $A(x_A\,;\,y_A)$ appartient ou non à la droite d'équation $y = ax + b$?

ÉNONCÉ 1

Dans le plan rapporté à un repère, on considère la droite D d'équation $y = x + 1$.
Parmi les points $A(1\,;\,2)$, $B(-1\,;\,-2)$ et $C(-3\,;\,-2)$, déterminer ceux qui appartiennent à la droite D.

ÉNONCÉ 2

Dans le plan rapporté à un repère, on considère la droite D d'équation $y = -2x - 5$.
Parmi les points $A(3\,;\,11)$, $B(0\,;\,-5)$ et $C(-1\,;\,2)$, déterminer ceux qui appartiennent à la droite D.

III Systèmes

Cours

1 Système de deux équations linéaires à deux inconnues

$\begin{cases} 3x + y = 5 \\ -x + 4y = -6 \end{cases}$ est un **système de deux équations linéaires à deux inconnues x et y.**

Le couple $(2\,;\,-1)$ est **solution** de ce système parce que $3 \times 2 + (-1) = 5$ et $-2 + 4 \times (-1) = -6$.

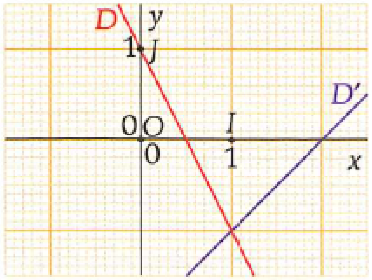
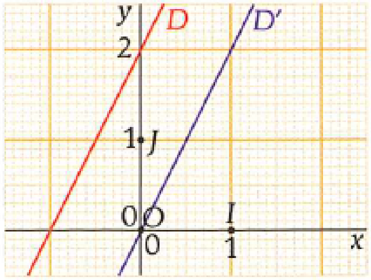
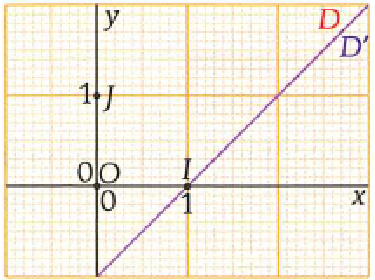
2 Graphique et système de deux équations linéaires à deux inconnues

Un système est représenté par deux droites dans le plan rapporté à un repère.

Les solutions du système sont les couples de coordonnées des points communs à ces deux droites.

Résoudre le système consiste à trouver tous ces couples.

Exemples :

$\begin{cases} 2x+y=1 \\ -2x+2y=-4 \end{cases}$ s'écrit $\begin{cases} y=-2x+1 \\ y=x-2 \end{cases}$. Les droites D et D' d'équations $y=-2x+1$ et $y=x-2$ sont sécantes au point $I(1\ ;-1)$. Le système a un couple solution : $(1 ; -1)$. 	$\begin{cases} 4x-2y=-4 \\ -4x+2y=0 \end{cases}$ s'écrit $\begin{cases} y=2x+2 \\ y=2x \end{cases}$. Les droites D et D' d'équations $y=2x+2$ et $y=2x$ sont strictement parallèles. Le système n'a pas de solution. 	$\begin{cases} -x+y=-1 \\ 6x-6y=6 \end{cases}$ s'écrit $\begin{cases} y=x-1 \\ y=x-1 \end{cases}$. Les droites D et D' d'équations $y=x-1$ et $y=x-1$ sont confondues. Le système a une infinité de couples solutions : ce sont les coordonnées des points de la droite D. 

3. Résolution par substitution

Soit le système (S) : $\begin{cases} 2x + y = 1 & (L_1) \\ -2x + 2y = -4 & (L_2) \end{cases}$

(L_1) : $y = -2x + 1$

(L_1) dans (L_2) : $-2x + 2(-2x + 1) = -4$

$\Leftrightarrow -2x - 4x + 2 = -4$

$\Leftrightarrow -6x + 2 = -4$

$\Leftrightarrow -6x = -4 - 2$

$\Leftrightarrow -6x = -6$

$\Leftrightarrow \dfrac{-\cancel{6}x}{-\cancel{6}} = \dfrac{-6}{-6}$

$\Leftrightarrow \boxed{x = 1}$

on remplace x par sa valeur dans (L_1) :

$y = -2 \times 1 + 1 = -2 + 1 = -1$ $\boxed{y = -1}$

Vérification :

(L_1) : $2 \times (1) + (-1) = 2 - 1 = 1$ ✓

(L_2) : $-2 \times (1) + 2 \times (-1) = -2 - 2 = -4$ ✓

Application : Résoudre par substitution le système suivant.

$$(\mathcal{S}) : \begin{cases} x - y = 3 & (L_1) \\ 3x + 2y = 5 & (L_2) \end{cases}$$

(L_1) : $x = y + 3$

(L_1) dans (L_2) : $3x(y+3) + 2y = 5$

$\Leftrightarrow 3y + 9 + 2y = 5$

$\Leftrightarrow 5y + 9 = 5$

$\Leftrightarrow 5y = 5 - 9$

$\Leftrightarrow 5y = -4$

$\Leftrightarrow \frac{\cancel{5}y}{\cancel{5}} = \frac{-4}{5}$

$\boxed{y = -0{,}8 = -\frac{4}{5}}$

on remplace y par sa valeur dans (L_1) $x = -0{,}8 + 3 = 2{,}2$ $\boxed{x = 2{,}2}$

Vérification :

(L_1) : $2{,}2 - (-0{,}8) = 2{,}2 + 0{,}8 = 3$ ✓

(L_2) : $3 \times 2{,}2 + 2 \times (-0{,}8)$

$= 6{,}6 - 1{,}6 = 5$ ✓

4. Résolution par combinaison linéaire

Exemple : résoudre par combinaison linéaire le système suivant

$$(S) : \begin{cases} 2x - 5y = 4 & (L_1) \times 3 \\ 3x + 4y = -7 & (L_2) \times 2 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6x - 15y = 12 & (L'_1) \\ 6x + 8y = -14 & (L'_2) \end{cases}$$

$(L'_1) - (L'_2)$: $\quad -23y = 26 \iff y = -\frac{26}{23}$

(L_1) : $\quad 2x - 5 \times \left(\frac{-26}{23}\right) = 4$

$\iff 2x + \frac{130}{23} = 4$

$\iff 2x = 4 - \frac{130}{23}$

$\iff 2x = \frac{92}{23} - \frac{130}{23}$

$\iff 2x = -\frac{38}{23} \iff x = -\frac{19}{23}$

$$4 = \frac{4}{1} = \frac{4 \times 23}{1 \times 23} = \frac{92}{23}$$

Vérification :

(L_1) : $2 \times \left(-\frac{19}{23}\right) - 5 \times \left(-\frac{26}{23}\right) = 4$ ✓

(L_2) : $3 \times \left(-\frac{19}{23}\right) + 4 \times \left(-\frac{26}{23}\right) = -7$ ✓