

Primitive d'une fonction continue

6 1. Déterminer une primitive sur \mathbb{R} des fonctions f telle que $f(x) = x$ et g telle que $g(x) = x^2$.

2. En déduire une primitive de la fonction h définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = x + x^2.$$

7 1. Déterminer une primitive sur \mathbb{R} des fonctions f telle que $f(x) = 7$ et g telle que $g(x) = x^3$.

2. En déduire une primitive de la fonction h définie sur \mathbb{R} par :

$$h(x) = 7 + x^3.$$

8 Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3x^2$. Déterminer la primitive de la fonction f qui s'annule en 1.

9 Déterminer sur $]0; +\infty[$ une primitive des fonctions f telle que $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ et g telle que $g(x) = 2 \times \frac{1}{x}$.

10 1. Rappeler la dérivée de la fonction inverse sur $]0; +\infty[$.

2. En déduire une primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \frac{1}{x^2}$, puis une primitive de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 4 + f(x)$.

17 Démontrer que la fonction F définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par $F(x) = x \ln x$ est une primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln x + 1.$$

11 1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3e^x$.

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule en 2.

12 1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2e^{2x}$.

2. En déduire une primitive de la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = e^{2x}.$$

3. Plus généralement, donner une primitive de la fonction h définie sur \mathbb{R} par $h(x) = e^{ax}$ avec a réel non nul.

13 1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 2xe^{x^2}$.

2. En déduire une primitive de la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

$$g(x) = 10xe^{x^2}.$$

14 1. Déterminer une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (2x - 1)e^{x^2 - x}$.

2. Déterminer la primitive G de la fonction f telle que $G(0) = 3$.

15 Démontrer que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = xe^x$ est une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (x + 1)e^x.$$

16 Démontrer que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = xe^{3x}$ est une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (1 + 3x)e^{3x}.$$

Primitives d'une fonction continue

44 Soit les fonctions f et F définies sur $]-1; +\infty[$ par :

$$f(x) = \ln(x + 1) \text{ et } F(x) = (x + 1)\ln(x + 1) - x.$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f .

2. Trouver la primitive de f qui s'annule pour $x = 0$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 3**, p. 123

45 Soit les fonctions f et F définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = \frac{6x}{x^2 + 1} \text{ et } F(x) = 3 \ln(x^2 + 1).$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f .

2. Trouver la primitive de f qui s'annule pour $x = 1$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 3**, p. 123

46 Soit les fonctions f et F définies sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{2 \ln x}{x} \text{ et } F(x) = (\ln x)^2.$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f .

2. Trouver la primitive de f qui s'annule pour $x = e$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 3**, p. 123

47 Soit les fonctions f et F définies sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 3xe^{-3x} \text{ et } F(x) = \left(-x - \frac{1}{3}\right)e^{-3x}.$$

1. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f .

2. Déterminer la primitive de f qui s'annule en 0.

48 TRAVAIL EN AUTONOMIE

Énoncé

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{x-3}$.
Déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (ax + b)e^{x-3}$ soit une primitive de la fonction f .

49 Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^{x+4}$.
Déterminer les réels a et b tels que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (ax + b)e^{x+4}$ soit une primitive de la fonction f .

AIDE : Exprimer $f'(x)$ à l'aide de a , b et x puis remplacer x par deux valeurs. Voir l'exercice 48.

50 1. Déterminer une primitive de chacune des fonctions u et v définies sur \mathbb{R} par $u(x) = 4x$ et $v(x) = 6x^3$.

2. En déduire une primitive de la fonction f telle que :
 $f(x) = 6x^3 + 4x$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 4**, p. 123

51 1. Déterminer sur $]0; +\infty[$ une primitive de chacune des fonctions u et v telles que $u(x) = 6x^2$ et $v(x) = \frac{2}{x}$.

2. En déduire une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction w telle que $w(x) = 6x^2 + \frac{2}{x}$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 4**, p. 123

52 1. Déterminer sur \mathbb{R} une primitive de la fonction f telle que $f(x) = 2xe^{x^2-3}$.

2. En déduire une primitive de la fonction g définie sur \mathbb{R} par :
 $g(x) = 12xe^{x^2-3}$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 5**, p. 123

53 1. Déterminer sur \mathbb{R} une primitive de la fonction f telle que $f(x) = -2xe^{-x^2}$.

2. En déduire une primitive de la fonction g définie sur \mathbb{R} par :
 $g(x) = xe^{-x^2}$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 5**, p. 123

54 1. Déterminer sur \mathbb{R} une primitive de la fonction f telle que $f(x) = (2x - 4)e^{x^2-4x}$.

2. En déduire une primitive sur \mathbb{R} de la fonction g telle que :
 $g(x) = (x - 2)e^{x^2-4x}$.

55 1. Déterminer sur $]0; +\infty[$ une primitive de la fonction f telle que $f(x) = \frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$.

2. En déduire une primitive sur $]0; +\infty[$ de la fonction g telle que $g(x) = \frac{3}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$.

→ Pour vous aider **Savoir-faire 5**, p. 123

56 1. Démontrer que la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = x^2 \ln x - \frac{1}{2}x^2$ est une primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2x \ln x$.

2. En déduire une primitive de la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par $g(x) = 2x \ln x - x$.

3. Déterminer la primitive de la fonction g qui s'annule en 1.

AIDE : question 2. g est la somme de deux fonctions dont on sait trouver une primitive.

57 Déterminer une primitive sur $]0; +\infty[$ de chacune des fonctions f, g, h et i définies sur $]0; +\infty[$ par :

a. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5$

b. $g(x) = 6x^3 - x$

c. $h(x) = x^2 + \frac{4}{x}$

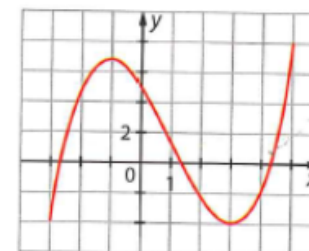
d. $i(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 3x + 1}{x}$

58 Soit f une fonction continue et négative sur \mathbb{R} .

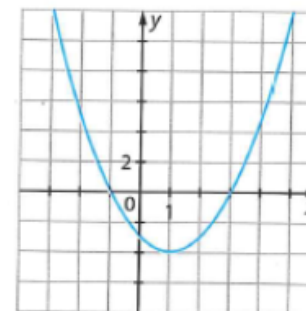
1. Cette fonction admet-elle des primitives ?

2. Si c'est le cas, quel est le sens de variation de ces primitives ?

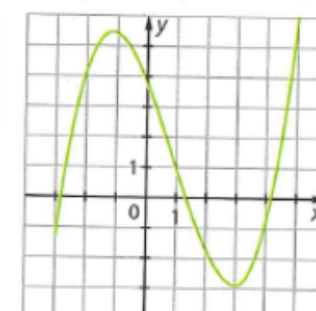
59 Soit f une fonction définie sur $[-3; 5]$.
La courbe ci-dessous représente une primitive F de f .



Parmi les deux courbes représentées ci-dessous, laquelle représente la fonction f ? Justifier la réponse.



Courbe ①



Courbe ②

AIDE : Puisque $F' = f$, on peut commencer par lire le sens de variation de la fonction F .

VRAI - FAUX

Pour les exercices 63 à 65, indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses, puis justifier.

63 La fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = 2e^{2x}$ est une primitive de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x}$.

64 La fonction f telle que $f(x) = 2xe^x$ admet pour primitive sur \mathbb{R} la fonction F telle que $F(x) = x^2e^x$.

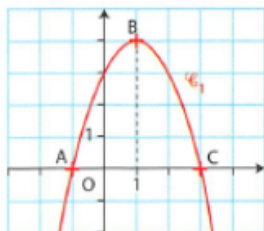
65 Les fonctions f et g telles que :

$$f(x) = \frac{1}{2x+1} \text{ et } g(x) = \frac{2x+3}{2x+1}$$

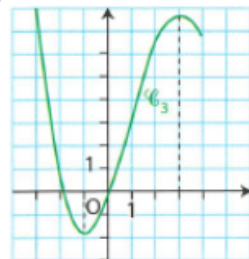
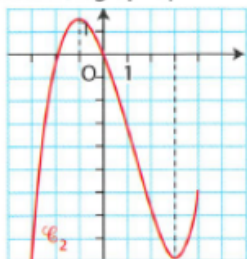
ont les mêmes primitives sur leur ensemble de définition.

70 f est une fonction définie sur l'intervalle $[-3; 4]$.

Les points $A(-1; 0)$, $B(1; 4)$ et $C(3; 0)$ appartiennent à la courbe représentative de f donnée ci-contre.



Parmi les deux courbes suivantes, laquelle est la représentation graphique d'une primitive de la fonction f ?



84 f est la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = (2x + 1)e^{3x}$$

Déterminer des nombres réels a et b tels que la fonction F définie sur \mathbb{R} par $F(x) = (ax + b)e^{3x}$ soit une primitive de f sur \mathbb{R} .

Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s).

Déterminer une primitive d'une fonction

→ Pour vous aider **Savoir-faire 3, 4 et 5**, p. 123

95 Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 8x^3 - 1$. La primitive de f qui s'annule en 1 est la fonction F définie sur \mathbb{R} par

A $F(x) = 2x^4 - x - 1$

B $F(x) = 24x^2 - 24$

C $F(x) = 2x^4 - x$

D $F(x) = 2x^4 - 1$

96 La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x}$ a pour primitive la fonction F définie sur \mathbb{R} par

$F(x) = e^{x^2}$

$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$

$F(x) = 2e^{2x}$

$F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + 3$

97 La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = xe^x$ a pour primitive la fonction F définie sur \mathbb{R} par

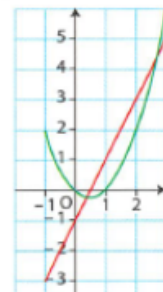
$F(x) = e^x$

$F(x) = (x + 1)e^x$

$F(x) = \frac{x^2 e^x}{2}$

$F(x) = (x - 1)e^x$

71 Dans le repère ci-contre, on a représenté graphiquement deux fonctions f et g respectivement par une parabole et une droite.



L'une de ces fonctions est une primitive de l'autre. Laquelle ?

81 f est la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{-4x+1}$.

a) Déterminer une primitive de f sur \mathbb{R} .

b) En déduire les primitives des fonctions suivantes :

• $g : x \mapsto 7e^{-4x+1}$

• $h : x \mapsto 2x + 3e^{-4x+1}$

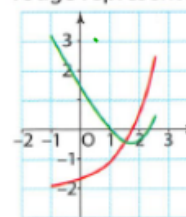
85 f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + 3 + (2x + 3)\ln x$$

Déterminer des nombres réels a et b tels que la fonction F définie sur $]0; +\infty[$ par $F(x) = (ax^2 + bx)\ln x$ soit une primitive de f sur $]0; +\infty[$.

72 Dans les repères ci-dessous, une fonction f et une primitive F de f sont représentées graphiquement. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fautive.

a) La courbe rouge représente f .



b) La courbe verte représente F .

