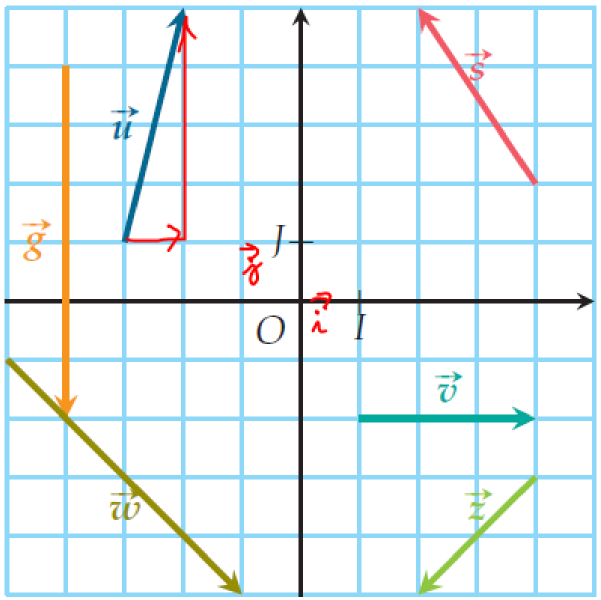
Activité d'approche

Lire les coordonnées des vecteurs. dans la base $(\vec{i}, \vec{j})$

1) $\vec{u}$
2) $\vec{v}$
3) $\vec{w}$
4) $\vec{s}$
5) $\vec{z}$
6) $\vec{g}$



$\vec{u}\begin{pmatrix}1\\4\end{pmatrix}$ $\vec{g}\begin{pmatrix}0\\-6\end{pmatrix}$

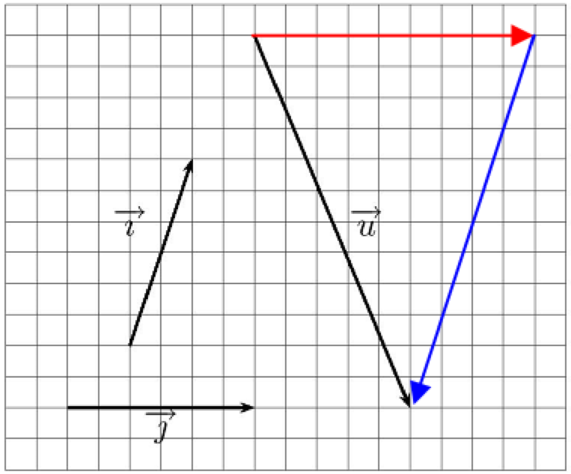
$\vec{v}\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$ $\vec{s}\begin{pmatrix}-2\\3\end{pmatrix}$

$\vec{w}\begin{pmatrix}4\\-4\end{pmatrix}$

$\vec{z}\begin{pmatrix}-2\\-2\end{pmatrix}$

Ch 09 Repérage dans le plan

1 Base ; coordonnées d'un vecteur



Soient $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ deux vecteurs **non colinéaires** du plan. Tout vecteur $\vec{u}$ du plan peut s'exprimer comme combinaison des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$, et ceci de manière unique : ces deux vecteurs forment ce que l'on appelle une **base** du plan.

Par exemple, ici, on a $\vec{u} = -2\,\vec{\imath} + 1{,}5\,\vec{\jmath}$

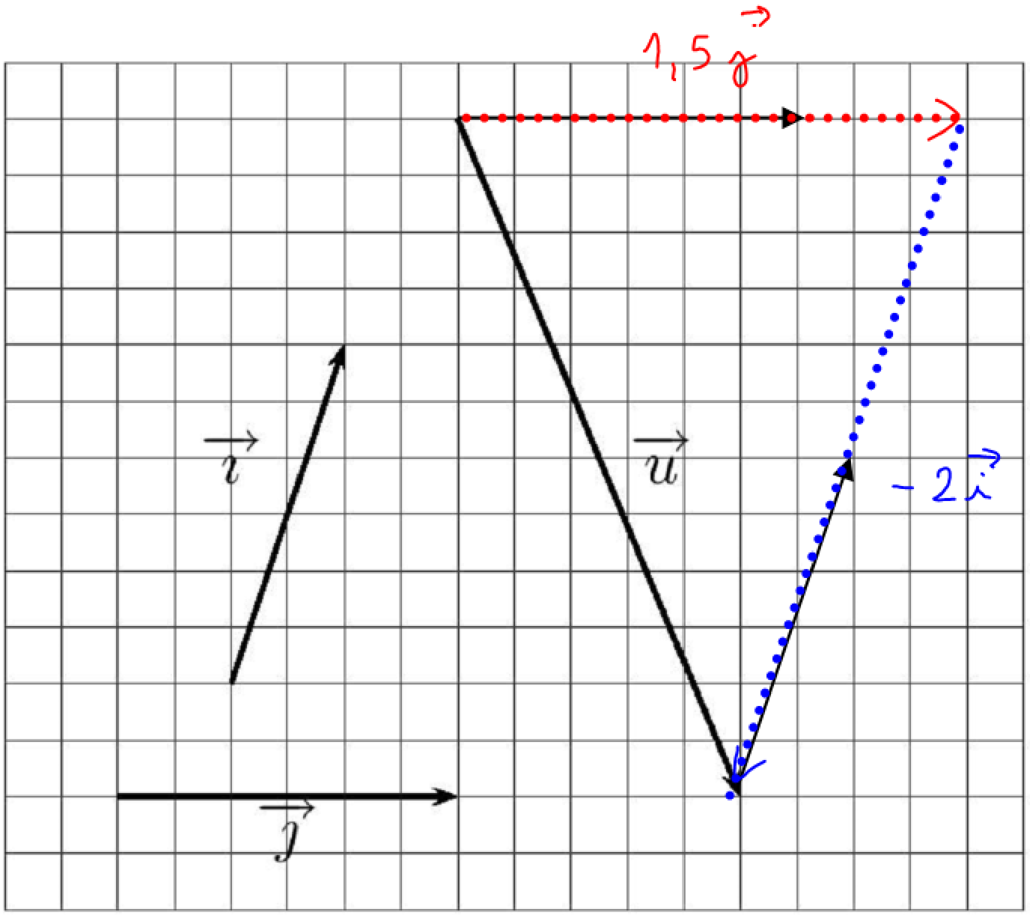
Théorème et définition :
Deux vecteurs **non colinéaires** du plan forment ce que l'on appelle une **base** du plan.
Dans cette base tout vecteur $\vec{u}$ du plan se décompose de manière unique sous la forme $\vec{u} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$ où $(x; y)$ est un couple de nombres réels.

On dira que le vecteur $\vec{u}$ a pour **coordonnées** x et y dans la base $(\vec{\imath}; \vec{\jmath})$. On notera $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Par exemple, si $(\vec{\imath}; \vec{\jmath})$ est une base du plan, alors :

- $\vec{u} = 5\vec{\imath} - \vec{\jmath} \iff \vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \end{pmatrix}$
- $\vec{v}\begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} \iff \vec{v} = -2\,\vec{\imath} + 3\,.\,\vec{\jmath}$
- $\vec{\imath}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{\jmath}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{0}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\vec{\imath} = 1\vec{\imath} + 0\vec{\jmath}$ $\quad$ $\vec{\jmath} = 0\vec{\imath} + 1\vec{\jmath}$



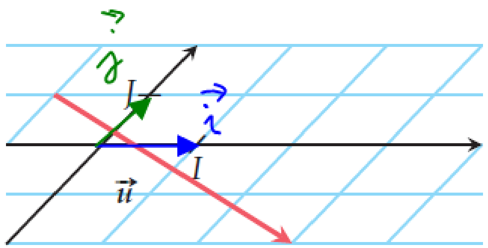
$\vec{u} = -2\,\vec{i} + 1{,}5\,\vec{j}$

donc dans la base $(\vec{i}\,;\vec{j})$

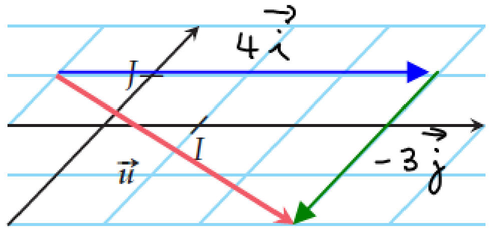
$\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 1{,}5 \end{pmatrix}$

Exercice d'application

Lire les coordonnées du vecteur $\vec{u}$ sur la figure ci-dessous.

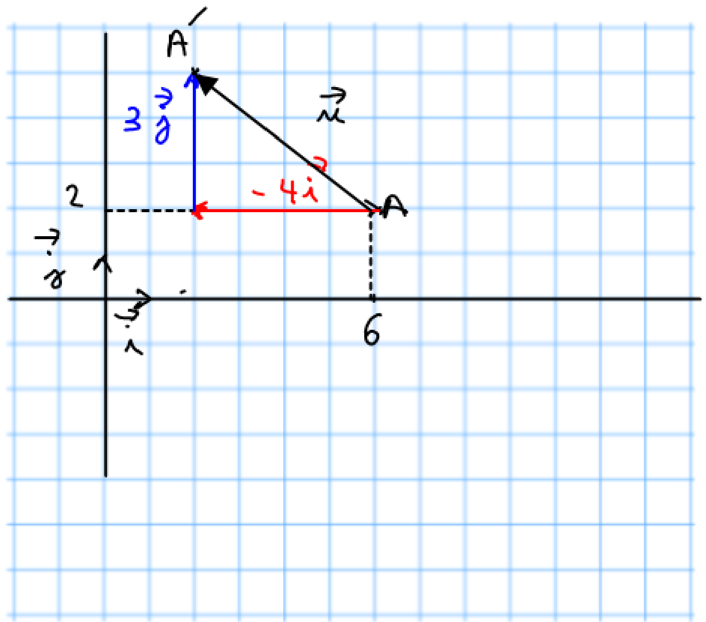


$\vec{u} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$ donc $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$



Exercice d'application

Dans un repère orthonormé, construire le représentant d'origine $A(6;2)$ du vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$.



$\vec{AA'}$ est le représentant d'origine A du vecteur $\vec{u}$

A' est l'image de A par la translation de vecteur $\vec{u}$

Dans tout ce qui suit, le plan est muni d'une base $(\vec{\imath}\,;\vec{\jmath})$

Egalité de deux vecteurs :
Deux vecteurs sont égaux si, et seulement si, leurs coordonnées sont égales.
$\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont égaux si, et seulement si, $x = x'$ et $y = y'$

Somme de deux vecteurs :
Soit $\vec{w}$ la somme de deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$. Les coordonnées de $\vec{w}$ sont les sommes des coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$:
Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$, alors $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$ a pour coordonnées $\vec{w}\begin{pmatrix}x+x'\\y+y'\end{pmatrix}$.

Produit d'un vecteur par un réel :
Soit $\vec{u}$ un vecteur et k un nombre réel.
Si $\vec{u}\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ alors le vecteur $\vec{w} = k\vec{u}$ a pour coordonnées $\vec{w}\begin{pmatrix}kx\\ky\end{pmatrix}$.

Par exemple, si $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}5\\3\end{pmatrix}$ alors :

- $-\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$, $\quad 5\vec{v}\begin{pmatrix}25\\15\end{pmatrix}$
- $\vec{u}+\vec{v}\begin{pmatrix}6\\0\end{pmatrix}$, $\quad -\vec{u}+5\vec{v}\begin{pmatrix}24\\18\end{pmatrix}$

2 Colinéarité de deux vecteurs

Soient $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs non nuls du plan, de coordonnées $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$

Dire que ces deux vecteurs sont **colinéaires** revient à dire qu'il existe un réel k non nul tel que $\vec{v} = k\vec{u}$. ceci se traduit au niveau des coordonnées par $x' = kx$ et $y' = ky$; autrement dit, les coordonnées de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont **proportionnelles**. Les produits en croix sont donc égaux : $xy' = x'y$.

Condition de colinéarité de deux vecteurs :
Les vecteurs non nuls $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si, $xy' = x'y$
si et seulement si, $xy' - x'y = 0$

Par exemple :

- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ sont colinéaires car

  $\times(-3)$ $\times(-3)$

  d'une part $2 \times 9 = 18$ on a $\vec{v} = -3\vec{u}$

  d'autre part $-6 \times (-3) = 18$

- Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} 5 \\ -7 \end{pmatrix}$ ne sont pas colinéaires car

  d'une part $2 \times (-7) = -14$

  d'autre part $5 \times (-3) = -15$

3 Calcul vectoriel dans un repère du plan

Dans tout ce qui suit, le plan est muni d'un repère $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$:

Coordonnées d'un vecteur $\overrightarrow{AB}$:
Si A a pour coordonnées $(x_A; y_A)$, et si B a pour coordonnées $(x_B; y_B)$,
alors le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{pmatrix}$$

Par exemple, si dans un repère $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$ du plan on a $A(5;-3)$, $B(-1;6)$ et $C(7;2)$ alors on peut calculer les coordonnées de

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1-5\\6-(-3)\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}7-5\\2-(-3)\end{pmatrix}$ $-3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\times(-6)\\-3\times 9\end{pmatrix}$ $2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\times 2\\2\times 5\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-6+2\\9+5\end{pmatrix}$ $-3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}18+4\\-27+10\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\9\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}2\\5\end{pmatrix}$ $-3\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}18\\-27\end{pmatrix}$ $2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4\\10\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}-4\\14\end{pmatrix}$ $-3\overrightarrow{AB}+2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}22\\-17\end{pmatrix}$

Propriété :

- Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.
- Trois points A, B, C sont **alignés** si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

exemple : $A(1;2)$; $B(3;1)$ et $C(5;3)$ sont-ils alignés ?

A, B, C sont alignés si et seulement si $\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{AC}$. On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}2\\2\end{pmatrix}$

Méthode : caractérisation d'une droite par une relation vectorielle

D'une part $2\times 2=4$
D'autre part $-1\times 2=-2$
donc $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ ne sont pas colinéaires

A, B, C ne sont pas alignés.

Application :

On se place dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1/ Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils colinéaires ?

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-10\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\15\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\-6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-4\\-12\end{pmatrix}$ c) $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\-3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-\frac{14}{3}\\3,5\end{pmatrix}$

a) D'une part $4\times15=60$
D'autre part $-10\times(-6)=60$
Les produits en croix sont égaux
donc $\vec{u} /\!/ \vec{v}$

b) D'une part $2\times-12=-24$
D'autre part $-6\times(-4)=24$
$-24\neq24$ donc $\vec{u}$ et $\vec{v}$ ne sont pas colinéaires.

c) D'une part $4\times3,5=14$
D'autre part $-3\times\left(\frac{-14}{3}\right)=14$
Les produits en croix sont égaux donc $\vec{u} /\!/ \vec{v}$

Question supplémentaire : Ecrire $\vec{u}$ et $\vec{v}$ dans la base $(\vec{i} ; \vec{j})$

a) $\vec{u}=4\vec{i}-10\vec{j}$
$\vec{v}=-6\vec{i}+15\vec{j}$

2/ Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?
a) A(8 ; 5) ; B(2 ; 2) ; C(–3 ; 0) ; D(5 ; 4)
b) A(–2 ; 3) ; B(0 ; 2) ; C(3 ; –1) ; D(–1 ; 2)
c) A(2 ; 1) ; B(5 ; –3) ; C(0 ; 3) et D(6 ; –5)

$(AB) /\!/ (CD) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires

a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-6\\-3\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}8\\4\end{pmatrix}$ d'une part : $-6\times4=-24$
d'autre part : $-3\times8=-24$
Les produits en croix sont égaux donc $\overrightarrow{AB} /\!/ \overrightarrow{CD}$
Il en résulte que $(AB) /\!/ (CD)$

b) De la même façon :
$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}-4\\3\end{pmatrix}$ d'une part : $2\times3=6$
d'autre part : $-1\times(-4)=4$
$6\neq4$ donc (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.

c) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3\\-4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix}6\\-8\end{pmatrix}$ d'une part : $3\times(-8)=-24$
d'autre part : $-4\times6=-24$
donc $(AB) /\!/ (CD)$

3/ les points A, B et C sont-ils alignés ?

A, B, C sont alignés $\Leftrightarrow$ $\vec{AB} // \vec{AC} \Leftrightarrow \vec{AB} // \vec{BC}$

a) A(2 ; 3) ; B(5 ; 7) et C(–7 ; –9) b) A(5 ; 7) ; B(0 ; 1) et C$\left(-\frac{3}{4}, 0\right)$

c) A(1 ; 1) ; B(–2 ; –1) et C(2,5 ; 2) d) A(3 ; 4) ; B(–7 ; –3) et C(0; 2)

a) $\vec{AB}\begin{pmatrix}3\\4\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-9\\-12\end{pmatrix}$

$\vec{AC} = -3\vec{AB}$ donc $\vec{AC}$ et $\vec{AB}$ sont colinéaires et A, B, C sont alignés.

b) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-5\\-6\end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\-1\end{pmatrix}$

d'une part $-5\times(-1) = 5$

d'autre part $-6\times\left(-\frac{3}{4}\right) = 4,5$

$\vec{BC}$ et $\vec{AB}$ ne sont pas colinéaires : A, B, C ne sont pas alignés.

c) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-3\\-2\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}1,5\\1\end{pmatrix}$

$\vec{AB} = -2\vec{AC}$ $\vec{AC} = -\frac{1}{2}\vec{AB}$: donc $\vec{AB}$ et $\vec{AC}$ sont colinéaires et A, B, C sont alignés

d) $\vec{AB}\begin{pmatrix}-10\\-7\end{pmatrix}$ $\vec{BC}\begin{pmatrix}7\\5\end{pmatrix}$ d'une part $-10\times5 = -50$

d'autre part $-7\times7 = -49$

donc $\vec{AB}$ et $\vec{BC}$ ne sont pas colinéaires et A, B, C ne sont pas alignés.

4/ Déterminer x pour que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

a) $\vec{u}\begin{pmatrix}-1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}x\\2+x\end{pmatrix}$ b) $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\4\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-x\\3x\end{pmatrix}$

a) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow -1(2+x) = 3\times x$

$\Leftrightarrow -2 - x = 3x$

$\Leftrightarrow -2 = 3x + x$

$\Leftrightarrow -2 = 4x$

$\Leftrightarrow -\frac{2}{4} = \frac{\cancel{4}x}{\cancel{4}}$

$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

b) $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires $\Leftrightarrow 2\times3x = 4\times(-x)$

$\Leftrightarrow 6x = -4x$

$\Leftrightarrow 6x + 4x = 0$

$\Leftrightarrow 10x = 0$

$\Leftrightarrow \frac{\cancel{10}x}{\cancel{10}} = \frac{0}{10}$

$\Leftrightarrow x = 0$

$\vec{v}\begin{pmatrix}0\\0\end{pmatrix} = \vec{0}$

groupe 1

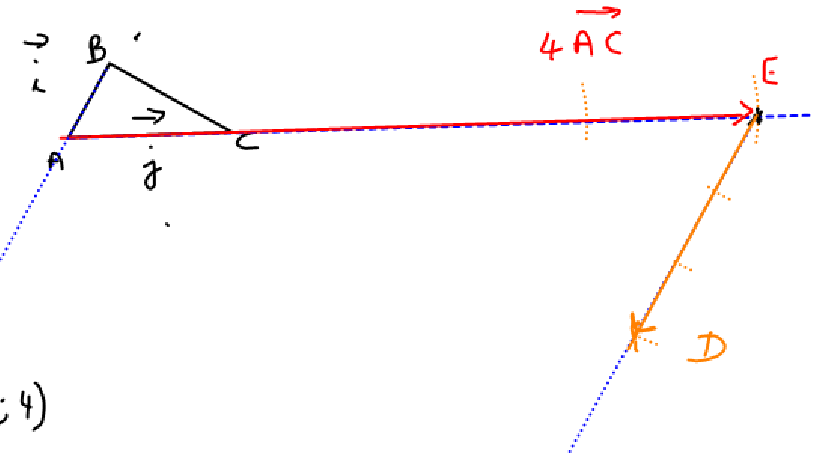
5/ a) Tracer un triangle ABC. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$

b) On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{AC}$.

Donner les coordonnées de A, B, C et D dans le repère $(A ; \vec{i} ; \vec{j})$.

c) Démontrer que B, C et D sont alignés.

$\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{ED} = -3\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{BA}$
$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$



dans le repère $(A ; \vec{i} ; \vec{j})$

$A(0;0)$

$\overrightarrow{AB} = 1\vec{i} + 0\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ et $B(1;0)$

$\overrightarrow{AC} = 0\vec{i} + 1\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ et $C(0;1)$

$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$

$= 4\vec{j} - 3\vec{i} = -3\vec{i} + 4\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$ et $D(-3;4)$

B, C, D sont alignés $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BC}$: donc $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires et B, C, D sont alignés

6/ a) Tracer un triangle ABC. Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$ et le point G symétrique de B par rapport à A.

b) En se plaçant dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$, démontrer que C, F et G sont alignés.

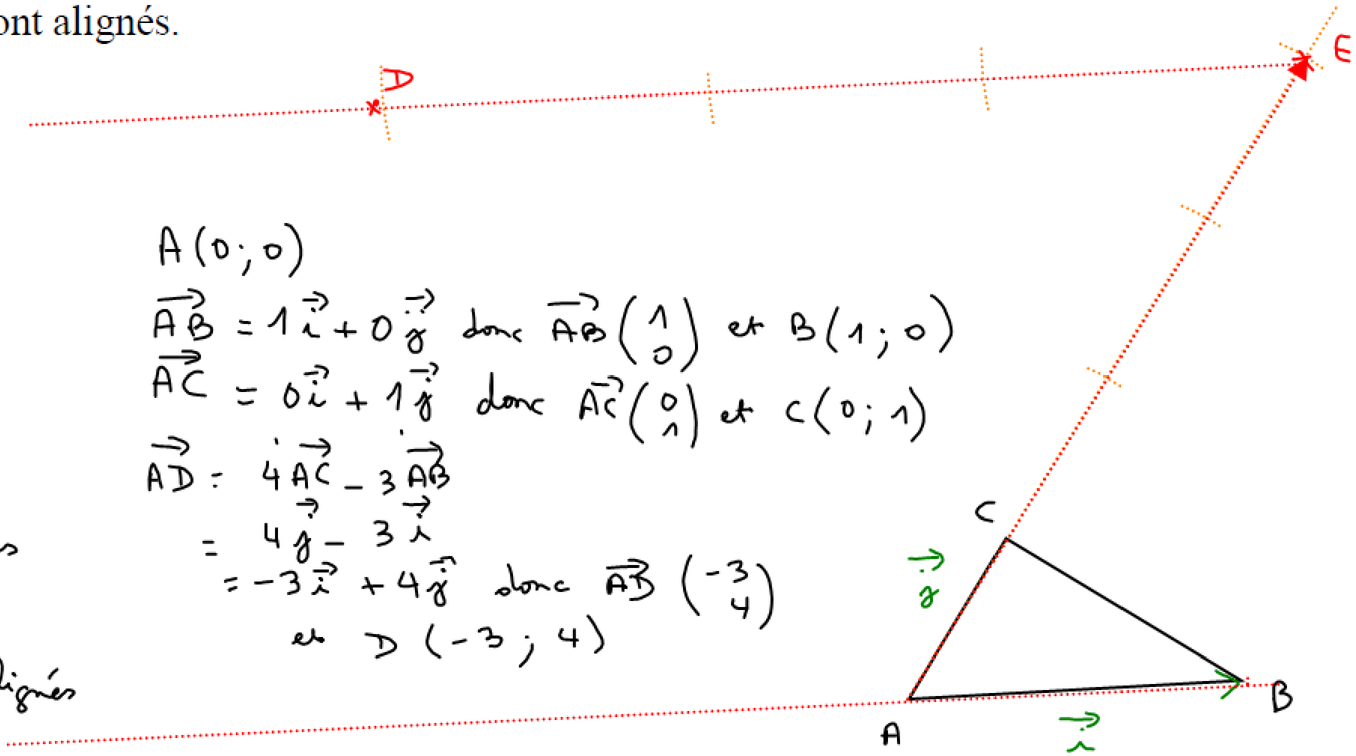
groupe 2

5/ a) Tracer un triangle ABC. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$

b) On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{AC}$.

Donner les coordonnées de A, B, C et D dans le repère $(A\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

c) Démontrer que B, C et D sont alignés.



$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} + (-3\overrightarrow{AB})$

$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}$

$\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{ED} = -3\overrightarrow{AB}$

B, C, D sont alignés

$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires

$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$

$\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BC}$ donc B, C, D sont alignés

$A(0;0)$

$\overrightarrow{AB} = 1\vec{i} + 0\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ et $B(1;0)$

$\overrightarrow{AC} = 0\vec{i} + 1\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ et $C(0;1)$

$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$

$= 4\vec{j} - 3\vec{i}$

$= -3\vec{i} + 4\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AD}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$

et $D(-3;4)$

6/ a) Tracer un triangle ABC. Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + 2\,\overrightarrow{AC}$ et le point G symétrique de B par rapport à A.

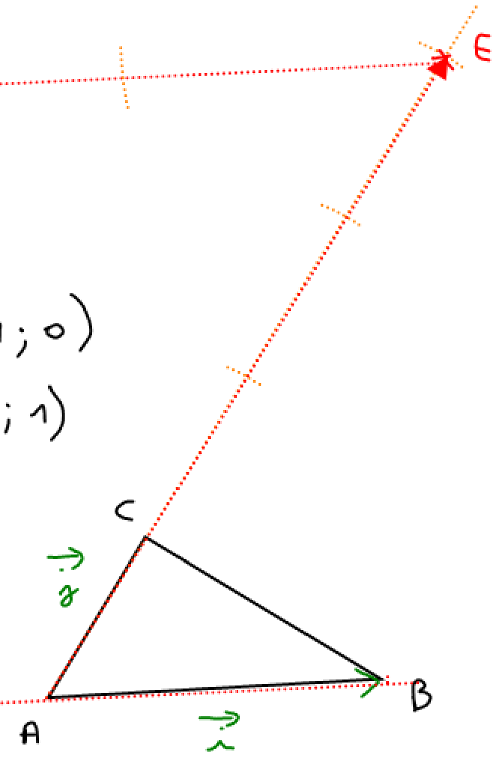
b) En se plaçant dans le repère $(A\ ;\ \overrightarrow{AB}\ ;\ \overrightarrow{AC})$, démontrer que C, F et G sont alignés.

5/ a) Tracer un triangle ABC. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$
b) On pose $\vec{i} = \overrightarrow{AB}$ et $\vec{j} = \overrightarrow{AC}$.
Donner les coordonnées de A, B, C et D dans le repère $(A ; \vec{i} ; \vec{j})$.
c) Démontrer que B, C et D sont alignés.

$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} + (-3\overrightarrow{AB})$
$= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}$
$\overrightarrow{AE} = 4\overrightarrow{AC}$
$\overrightarrow{ED} = -3\overrightarrow{AB}$

$A(0;0)$
$\overrightarrow{AB} = 1\vec{i} + 0\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}$ et $B(1;0)$
$\overrightarrow{AC} = 0\vec{i} + 1\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$ et $C(0;1)$
$\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AC} - 3\overrightarrow{AB}$
$= 4\vec{j} - 3\vec{i}$
$= -3\vec{i} + 4\vec{j}$ donc $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-3\\4\end{pmatrix}$
et $D(-3;4)$

B, C, D sont alignés
$\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires
$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$ $\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}-4\\4\end{pmatrix}$
$\overrightarrow{BD} = 4\overrightarrow{BC}$ donc B, C, D sont alignés



6/ a) Tracer un triangle ABC. Placer le point F tel que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et le point G symétrique de B par rapport à A.
b) En se plaçant dans le repère $(A ; \overrightarrow{AB} ; \overrightarrow{AC})$, démontrer que C, F et G sont alignés.

Quelques rappels:

I milieu de $[AB] \iff \overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Notons $(x_I; y_I)$ les coordonnées du point I. Alors :

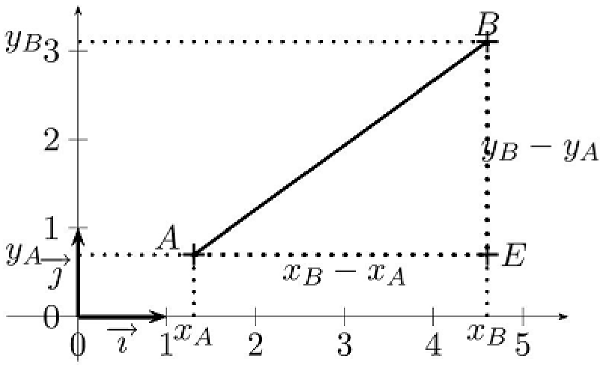
Coordonnées du milieu d'un segment :
Si A a pour coordonnées $(x_A; y_A)$, et si B a pour coordonnées $(x_B; y_B)$,
alors le point I milieu du segment $[AB]$ a pour coordonnées

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right)$$

Distance dans un repère orthonormé :
Soit $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère **orthonormé** du plan.
Si A a pour coordonnées $(x_A; y_A)$, et si B a pour coordonnées $(x_B; y_B)$, alors la distance entre A et B peut se calculer en utilisant la formule :

$$AB^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 \qquad AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

(l'unité de longueur étant la norme des vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$)



Une idée de la preuve :

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle AEB rectangle en E :
$AB^2 = EA^2 + EB^2$
$= (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)^2 + (\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots)^2$
d'où la formule donnée ci-dessus.

Par exemple, si on a $A(2; -1)$ et $B(-4; 7)$ dans un repère orthonormé, alors $\overrightarrow{AB} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$