# LOI BINOMIALE

## I. Schéma de Bernoulli

### 1) Définition

Exemples :

a) On lance un dé 5 fois de suite et on note à chaque fois le résultat. On répète ainsi la même expérience (lancer un dé) et les expériences sont indépendantes l'une de l'autre (un lancer n'influence pas le résultat d'un autre lancer).
A chaque lancer, on considère comme succès "*obtenir un six*" et comme échec "*ne pas obtenir un six*".

b) On lance une pièce de monnaie 20 fois de suite. Ces expériences sont identiques et indépendantes.
On considère comme succès "*obtenir Pile*" et comme échec "*obtenir Face*".

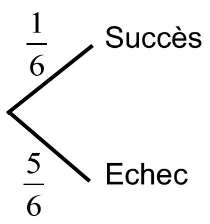
c) Une urne contient 2 boules blanches et 3 boules noires. On tire au hasard une boule et on la remet dans l'urne.
On répète cette expérience 10 fois de suite. Ces expériences sont identiques et indépendantes.
On considère comme succès "*obtenir une boule blanche*" et comme échec "*obtenir une boule noire*".

Définition : Un schéma de Bernoulli est la répétition de $n$ expériences identiques et indépendantes à 2 issues nommées "succès" et "échec"

### 2) Arbre pondéré

On reprend les exemples précédents :

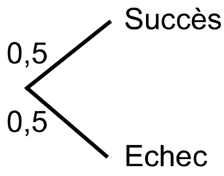
a) Pour chaque expérience (lancer de dé), on a les probabilités suivantes :




On répète cette expérience 5 fois, la probabilité du succès est égale à $\frac{1}{6}$.

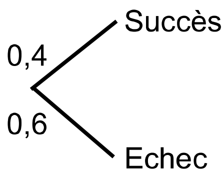
On dit ici que $n$ = 5 et $p = \frac{1}{6}$ sont les paramètres du schéma de Bernoulli.

b) Pour chaque expérience (lancer d'une pièce), on a les probabilités suivantes :




On répète cette expérience 20 fois, la probabilité du succès est égale à 0,5.
On dit ici que $n$ = 20 et $p = 0,5$ sont les paramètres du schéma de Bernoulli.

c) Pour chaque expérience (tirer une boule), on a les probabilités suivantes :




$\frac{2}{5} = 0,4$

$\frac{3}{5} = 0,6$

On répète cette expérience 10 fois, la probabilité du succès est égale à 0,4.
On dit ici que $n$ = 10 et $p = 0,4$ sont les paramètres du schéma de Bernoulli.

Méthode : Représenter un schéma de Bernoulli dans un arbre pondéré

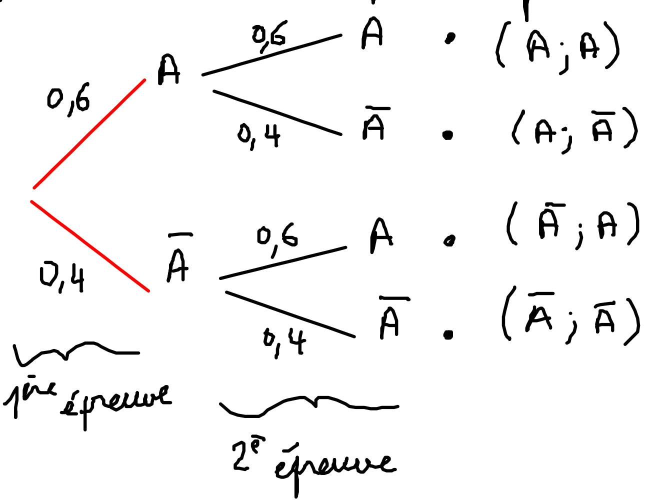
On considère l'expérience suivante :
Une urne contient 3 boules blanches et 2 boules rouges. On tire au hasard une boule et on la remet dans l'urne. On répète l'expérience deux fois de suite.
1) Représenter l'ensemble des issues de ces expériences dans un arbre.
2) Déterminer les probabilités suivantes :

a) On tire deux boules blanches.
b) On tire une boule blanche et une boule rouge.
c) On tire au moins une boule blanche.

1) On note A l'événement "obtenir une boule blanche", considéré comme succès
l'échec est l'événement $\bar{A}$ : " ne pas obtenir une boule blanche"

$p(A) = \frac{3}{5} = 0,6$

$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$




Il s'agit d'une expérience à 2 épreuves identiques et indépendantes.
L'expérience compte 6 issues.
2a) L'issue (A ; A) réalise l'événement : " on tire 2 boules blanches"

**Méthode :** La probabilité d'une issue est égale au PRODUIT des probabilités portées par les branches conduisant à cette issue.

On a donc $p(A;A) = 0{,}6 \times 0{,}6 = 0{,}36$

2b) l'événement : "on tire une boule blanche et une boule rouge" est l'événement $\{(A;\bar{A})\,;(\bar{A};A)\}$

2 issues réalisent cet événement

**Méthode :** La probabilité d'un événement est égale à la SOMME des probabilités des issues qui le réalisent.

on note C : "on tire une boule rouge et une boule blanche"

$C = \{(A;\bar{A})\,;(\bar{A};A)\}$

$$p(C) = p(A;\bar{A}) + p(\bar{A};A)$$

$$= 0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}6 \times 0{,}4$$

$$= 0{,}24 + 0{,}24$$

$$= 0{,}48$$

c) Soit D : "on tire au moins une boule blanche"

$\bar{D}$ : "on ne tire aucune boule blanche"

$\bar{D}$ : "on tire exactement 2 boules rouges"

$D = \{(A;\bar{A})\,;(\bar{A};A)\,;(A;A)\}$ $\qquad \bar{D} = \{(\bar{A};\bar{A})\}$

$$p(D) = p(A;\bar{A}) + p(\bar{A};A) + p(A;A)$$

$$= 0{,}6 \times 0{,}4 + 0{,}4 \times 0{,}6 + 0{,}6 \times 0{,}6$$

$$= 0{,}24 + 0{,}24 + 0{,}36$$

$$= 0{,}84$$

$$p(\bar{D}) = 0{,}4 \times 0{,}4 = 0{,}16$$

alors $p(D) = 1 - p(\bar{D}) = 1 - 0{,}16 = 0{,}84$