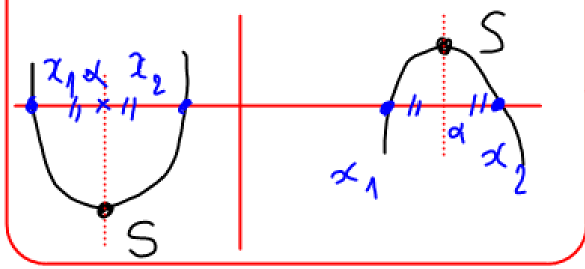
Carte mentale chapitre 8

Fonction du second degré

- forme développée $f(x) = ax^2 + bx + c$
- forme factorisée $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$
- forme canonique : $f(x) = a(x - \alpha)^2 + \beta$
- représentation graphique parabole

$a > 0$ $a < 0$



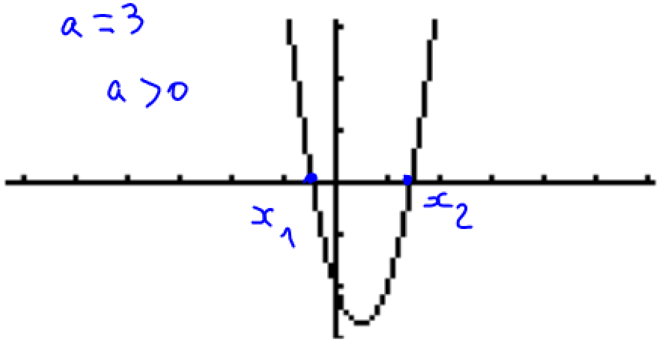
$S(\alpha ; \beta)$ → $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$; $\beta = f(\alpha)$

Exercice n°7 (feuille)

$f(x) = 3x^2 - 3x - 2$

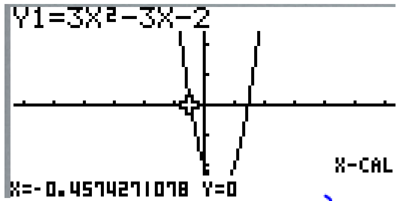
$a = 3$

$a > 0$

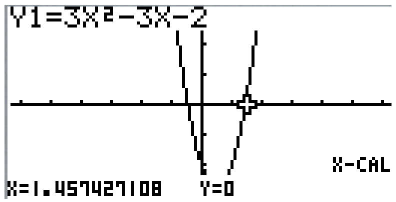


1) C_f coupe 2 fois l'axe des abscisses donc $f(x) = 0$ admet 2 solutions.

Déterminons x_1 et x_2 à l'aide de G-SOLV



$x_1 \simeq -0{,}46$



$x_2 \simeq 1{,}46$

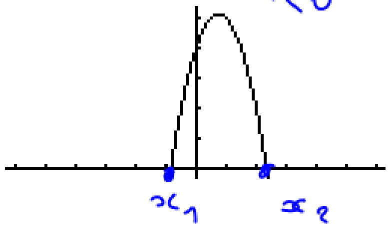
2) $f(x) = -2x^2 + 3x + 4$

$a = -2$

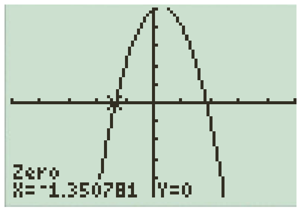
$a < 0$

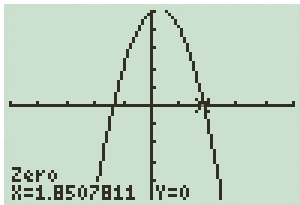
$x_1 \simeq -0{,}85$

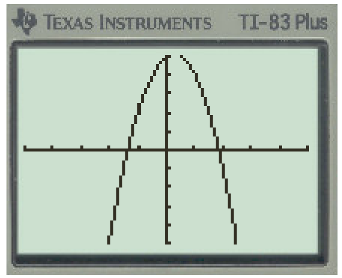
$x_2 \simeq 2{,}35$



3) $f(x) = -2x^2 + x - 5$







Exercice 9

1. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de l'extremum de chaque fonction en précisant s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

$f(x)=x^2+2x+1$ $\quad g(x)=-2x^2+8x-2$ $\quad h(x)=x^2-2x+3$

$i(x)=-x^2+6x+5$ $\quad j(x)=3x^2+3x$ $\quad k(x)=-x^2-3x-2$

2. À l'aide de la calculatrice, donner une valeur approchée de l'extremum de chaque fonction en précisant s'il s'agit d'un minimum ou d'un maximum.

$f(x)=10x^2+3x+1$ $\quad g(x)=-8x^2+x-5$ $\quad h(x)=50x^2-6$

f ; h ; j admettent un minimum : $a>0$

Mettre sous forme canonique chaque expression de la forme ax^2+bx+c

$ax^2+bx+c = a(x-\alpha)^2+\beta$ avec $\alpha = \frac{-b}{2a}$ $\beta = f(\alpha)$.

1. • $f(x) = x^2+2x+1 = (x+1)^2$ identité remarquable $\alpha = -1$

$1(x-(-1))^2+0$ $\quad \beta = 0$

• $g(x) = -2x^2+8x-2 = -2(x^2-4x+1) = -2(x-2)^2+6\ldots$

$a=-2$ $\quad b=8$ $\quad c=-2$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{-4} = 2$ $\quad \beta = g(2) = -2\times 2^2+8\times 2-2$

$= -2\times 4+16-2$

$= 6$

• $h(x) = x^2-2x+3$ $\quad a=1$ $\quad b=-2$ $\quad c=3$ $\quad \alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{2}{2} = 1$

$h(x) = (x-1)^2+2$

$\beta = h(1) = 2$

avec la forme canonique, on peut résoudre n'importe quelle équation.

Exemples :

Résoudre $h(x) = 0$

$h(x) = 0 \iff (x-1)^2 + 2 = 0$

$\iff (x-1)^2 = -2$: impossible

$S = \emptyset$ un carré est toujours positif ou nul.

- $i(x) = -x^2 + 6x + 5$ $a = -1$ $b = 6$ $c = 5$

$\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-6}{-2} = 3$ $\beta = i(3) = 14$

$i(x) = -(x-3)^2 + 14$

$i(x) = 0 \iff -(x-3)^2 + 14 = 0$

$\iff -(x-3)^2 = -14$

$\iff (x-3)^2 = 14$

$\iff (x-3) = \sqrt{14}$ ou $(x-3) = -\sqrt{14}$

$\iff x = 3 + \sqrt{14}$ ou $x = 3 - \sqrt{14}$

Résoudre $h(x) = 11$

méthode $X^2 = k$

$h(x) = 11 \iff (x-1)^2 + 2 = 11$

$\iff (x-1)^2 = 11 - 2$

$\iff (x-1)^2 = 9$

$\iff (x-1) = 3$ ou $(x-1) = -3$

$\iff x = 3+1$ ou $x = -3+1$

$\iff x = 4$ ou $x = -2$

$h(x) = 11 \iff x \in \{-2 ; 4\}$

méthode $a^2 - b^2 = 0$

méthode 2 : $a^2 - b^2$ avec $a = (x-1)$, $b = 3$

$(x-1)^2 = 9$

$\iff (x-1)^2 - 9 = 0$

$\iff [(x-1) - 3][(x-1) + 3] = 0$

$\iff (x-4)(x+2) = 0$

$\iff x - 4 = 0$ ou $x + 2 = 0$

$\iff x = 4$ ou $x = -2$

Règle du produit nul !

- $j(x) = 3x^2 + 3x$ $a = 3$, $b = 3$, $c = 0$ $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = \dfrac{-3}{6} = -\dfrac{1}{2}$ $\beta = j\left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{3}{4}$

$$j(x) = 3\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$$

<u>Résoudre</u> $j(x) = 0$ on factorise $j(x)$

$j(x) = 0 \iff 3x^2 + 3x = 0$

$\iff 3x(x+1) = 0$

$\iff 3x = 0$ ou $x + 1 = 0$ Règle du produit nul.

$\iff x = 0$ ou $x = -1$

- $k(x) = -x^2 - 3x - 2$ $a = -1$ $b = -3$ $c = -2$ $\alpha = \dfrac{-b}{2a} = -\dfrac{3}{2}$ $\beta = k\left(-\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{1}{4}$

donc $k(x) = -\left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{4}$

<u>Résoudre</u> $k(x) = 0$

$k(x) = 0 \iff -\left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 + \dfrac{1}{4} = 0$

$\iff -\left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 = -\dfrac{1}{4}$

$\iff \left(x + \dfrac{3}{2}\right)^2 = \dfrac{1}{4}$

$\iff x + \dfrac{3}{2} = \dfrac{1}{2}$ ou $x + \dfrac{3}{2} = -\dfrac{1}{2}$

$\iff x = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}$ ou $x = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}$

$\iff x = -1$ ou $x = -2$