Chapitre 11 : Géométrie dans l'espace

I- Représentations planes de solides

1- règles de représentations en perspective cavalière

a) les segments visibles sont dessinés en traits pleins, les autres sont en pointillés.

b) un plan frontal est un plan vu de face. Les représentations des figures situées dans les plans frontaux sont en vraies grandeurs sans changer la forme.

c) la perspective cavalière conserve le parallélisme ainsi que les rapports de longueurs (en particulier, elle conserve les milieux, et l'alignement).

d) une fuyante est une droite perpendiculaire à un plan frontal. L'angle que font sur un dessin les fuyantes avec une droite horizontale est constant. On l'appelle angle de fuite. Sur les fuyantes, les longueurs dont multipliées par un nombre constant k, appelé coefficient de réduction.

- Exemple 1 : représentation en perspective cavalière d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH tel que AB=5cm ; AD=2cm ; AE= 3,5cm selon un angle de fuite de 45°, avec un coefficient de 0,7

Le parallélépipède est nommé ABCDEFGH, cela signifie que ABCD est l'une de ses faces, que EFGH est la face opposée, et que les segments [AE] ; [BF], [CG] et [DH] sont des arrêtes.

2- Les patrons d'un solide

Un patron d'un solide est obtenu en plaçant toutes ses faces dans un même plan.

- **Activité 2 : construire un patron**

ABCDEF est un parallélépipède rectangle tel que AB=3,5cm ; AD=2,5cm et AE=2cm.

Faire un schéma.

Représenter la pyramide ABDE et construire son patron en expliquant la construction.

Est-ce le seul patron possible ?

II- Règles d'incidences

Les axiomes d'incidences de la géométrie dans l'espace sont des règles qui fournissent des relations entre les points, les droites et les plans de cette géométrie.

1. Par deux points distincts A et B de l'espace il passe une et une seule droite. Cette droite peut-être notée (AB)
2. Par trois points non alignés, A, B, C passe un et un seul plan. Ce plan peut-être noté (ABC).
3. Si A et B sont deux points d'un plan P, tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan.

Il en résulte qu'un plan peut être déterminé par l'une des conditions suivantes :

trois points non alignés | deux droites sécantes | une droite et un point extérieur celle-ci

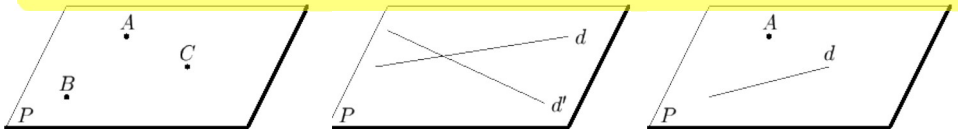


figure 1

Propriété : Les résultats de géométrie du plan sont applicables dans chaque plan de l'espace.

Vocabulaire :

- Des points sont dits coplanaires s'il existe un plan P qui les contient tous.
- Deux droites sont dites coplanaires s'il existe un plan P qui contient les deux droites.

Exemple 3 : Voici un cube représenté en perspective cavalière :

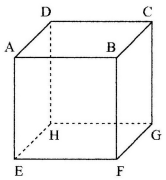


figure 2

a) Les points A, B, C et D sont –ils coplanaires ? oui ils appartiennent tous au plan (ABC) de la face supérieure

b) Les points A, B, H et G sont –ils coplanaires ? oui car ils appartiennent au plan (ABG) qui partage le cube dans sa diagonale (BG)

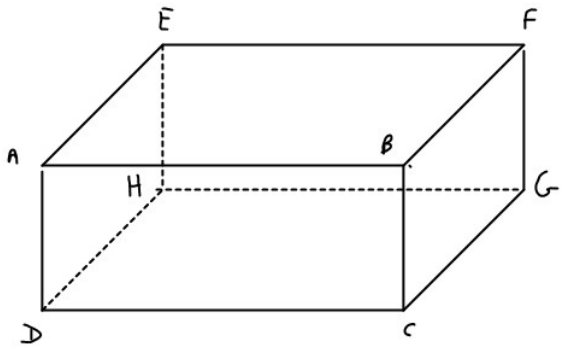
c) Les points A, B, C et G sont-ils coplanaires ?

Non car le point G n'appartient pas au plan (ABC) de la face supérieure.

- Exercice 4 : caractériser un plan de l'espace :

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. Les droites (AD) et (DF) déterminent-elles un unique plan ? Expliquer.

Exemple 1 :

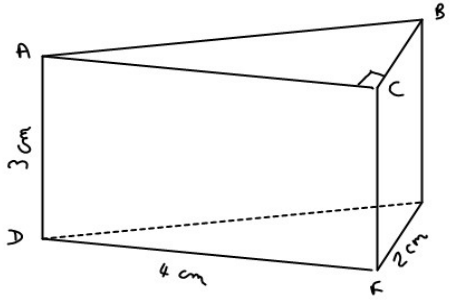


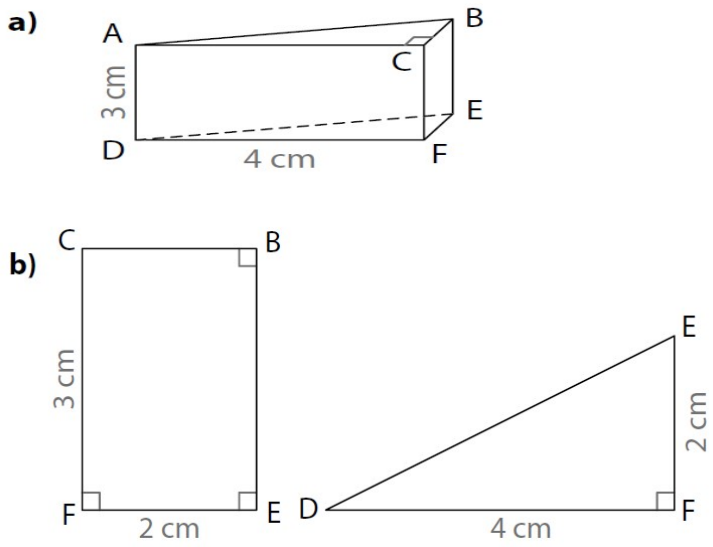
Remarque : AE = 3,5 cm est représenté par un segment de longueur 3,5 × 0,7 = 2,45 cm
$\widehat{BAE} = 90°$ est représenté par un angle de 45°

Application : ABCDEF est un prisme droit à base triangulaire tel que AD = 3 cm DF = 4 cm EF = 2 cm

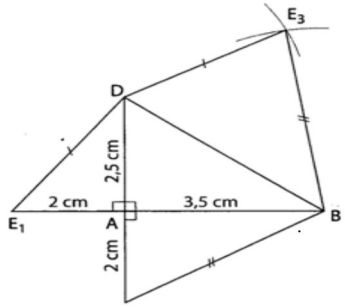
a) Représenter ce prisme en perspective cavalière pour un observateur situé face à ACFD

b) Construire en vraie grandeur les faces BCFE et DEF.





Activité 2 : Patron d'une pyramide ABDE de base ABD et de sommet E.



Les faces ABCD, ABFE, et ADHE sont des rectangles, donc les triangles ABD, ADE et ABE sont rectangles en A. On les dessine en vraie grandeur dans le plan de face ABD par exemple. On obtient les triangles ABD, AE_1D et ABE_2.

On dessine en vraie grandeur le triangle BDE en plaçant, avec le compas le point E_3, tel que $DE_3=DE_1$ et $BE_3=BE_2$ comme ci-contre.

Remarque : en pliant le patron, les points E_1, E_2, E_3 coïncident en un point qui est le point E.

Exercice 4 :

- Démonstration 1 :
- Démonstration 2 :