EPREUVE DU SECOND GROUPE ou « ORAL DE RATTRAPAGE »

MATHEMATIQUES – Série ES

La note de service n° 2011-147 du 3-10-2011, parue au Bulletin officiel spécial n°7 du 6 octobre 2011 précise les modalités concernant l'épreuve orale de contrôle de mathématiques pour le baccalauréat, série ES. Elles sont reprises ci-dessous :

« Durée : 20 minutes
Temps de préparation : 20 minutes
L'épreuve consiste en une interrogation du candidat visant à apprécier sa maîtrise des connaissances de base.
Pour préparer l'entretien, l'examinateur propose au moins deux questions au candidat, portant sur des parties différentes du programme.
Pour la série ES :
- Les candidats qui n'ont pas choisi les mathématiques comme enseignement de spécialité devront répondre à des questions portant exclusivement sur le programme de l'enseignement obligatoire.
- Les candidats ayant choisi les mathématiques comme enseignement de spécialité devront répondre à une question portant sur le programme de spécialité ; les autres questions aborderont exclusivement le programme de l'enseignement obligatoire.
Le candidat dispose d'un temps de préparation de vingt minutes et peut, au cours de l'entretien, s'appuyer sur les notes prises pendant la préparation.
L'examinateur permet au candidat de mettre en évidence ses connaissances en lui posant des questions adaptées aux modalités de cette épreuve.
L'épreuve se déroule au tableau. L'usage des calculatrices électroniques est autorisé dans le cadre de la réglementation en vigueur et l'aptitude à mobiliser l'outil informatique peut également être évaluée.
Certaines formules jugées nécessaires peuvent être fournies avec les questions. »

Ajoutons qu'il s'agit d'une épreuve particulièrement stressante pour les candidats à laquelle il est possible qu'ils soient peu préparés. L'examinateur est ainsi invité à adopter une attitude bienveillante afin que le candidat soit, dans la mesure du possible, en pleine possession de ses moyens.

Avertissement à propos de ce document :

La prestation d'un candidat est bien sûr liée à la difficulté des exercices proposés par l'examinateur. Ce document présente une série de sujets d'oraux destinée à alimenter la réflexion des examinateurs en vue d'uniformiser, autant que faire se peut, les sujets proposés aux candidats. Il sera particulièrement utile aux néo-examinateurs ou aux enseignants n'ayant jamais enseignés, ou ne l'ayant pas fait depuis longtemps, dans la série ES.
Ce document doit demeurer ce qu'il est : une base de réflexion. Ce n'est ni une liste exhaustive, ni un modèle du genre, ni un carcan, ni un passage obligé, ni une référence absolue. Il ne remplace pas non plus la concertation possible, et même utile, entre les membres du jury lors des délibérations.
Enfin, ce document est public et se veut un document de travail. Il est à la disposition des examinateurs, des candidats, des enseignants et des élèves. **Un sujet d'oral se devant d'être original, il n'est pas possible de reprendre tel quels les sujets proposés. Il est attendu qu'un examinateur élabore ses propres sujets.**

Remerciements :

Ce document est une aide aux examinateurs cherchant à calibrer la difficulté des sujets qu'ils conçoivent. Il est régulièrement réclamé par les enseignants, notamment lors d'appels à la Permanence d'Information Téléphonique. Nous remercions vivement les enseignants ayant donné de leur temps pour élaborer ces sujets et qui ont accepté de les partager avec la communauté éducative.

SUJET 1

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 :

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x - 1 = 0$
2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{-2x+1} \leq e^{-x^2}$
3) L'équation suivante admet-elle une solution dans $\mathbb{R}$?

$$\ln(x-1) + \ln(x+1) = 0$$

Exercice 2 :

Une agence de voyage propose deux durées de séjour (le week-end ou la semaine) et deux types de destination (en France ou à l'étranger). Parmi les dossiers de l'agence, on constate que:

- 60% des séjours ont lieu en France
- 45% des séjours en France durent une semaine
- 75% des voyages à l'étranger durent une semaine.

On choisit un dossier au hasard et on note: F l'événement « Le séjour a lieu en France » et S l'événement « Le séjour dure une semaine ».

1) Déterminer les probabilités $p(F)$ et $p_F(S)$
2) Vrai ou faux : $p_{\bar{F}}(S) = 1 - \ p_F(S)$?
3) Quelle est la probabilité qu'un séjour dure une semaine et ait lieu en France ?
4) Calculer la probabilité qu'un séjour dure une semaine.
5) Calculer $p_S(F)$.

On pourra s'aider d'un arbre

SUJET 2

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

On cherche à trouver le nombre de solutions de l’équation (E) : $2x^3 + 4x - 5 = 0$

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x^3 + 4x - 5$.
   Soit f' la fonction dérivée de la fonction f.
   Pour tout réel x, exprimer $f'(x)$.
   Etablir les variations de f sur $\mathbb{R}$.
2) Montrer que l’équation (E) admet une unique solution sur l’intervalle $[-2; 2]$ et en donner une valeur arrondie à 0,01.

<u>Exercice 2</u> :

On diagnostique une maladie m au moyen d’un test.
Soit T l’événement « le test est positif » et M l’événement « la personne est malade »
On sait que $P_M(T) = 0{,}98 \quad et \quad P_{\overline{M}}(\overline{T}) = 0{,}99$

1) Exprimer par une phrase la signification de ces probabilités.
2) On sait, par ailleurs, que 5% des individus sont atteints de la maladie m.
   a) Calculer $P(M \cap T)$ et $P(\overline{M} \cap T)$
   b) En déduire la valeur de $P(T)$
3) Quelle est la probabilité pour qu’une personne ayant un test positif soit malade ?

SUJET 3

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

Etudier la convexité de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+3)e^{-x}$

<u>Exercice 2</u> :

On empoissonne un étang de la Dombes avec 150 carpes, 40 tanches et 50 brochets. On prélève 40 poissons de cet étang, au hasard et avec remise.

1) Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au niveau de confiance 0,95 de la proportion des carpes dans cet échantillon.
2) Déterminer un intervalle de fluctuation asymptotique au niveau de confiance 0,95 de la proportion des tanches dans cet échantillon.

On donnera les bornes arrondies au millième.

<u>Exercice 3</u> :

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n par : $u_n = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$

1) La suite (u_n) est-elle géométrique ? Si oui, en préciser les éléments caractéristiques.
2) Déterminer les variations de la suite (u_n).
3) Déterminer la limite de la suite (u_n).
4) Vrai ou faux : la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{u_{n+1}}{u_n}$ est croissante ?

SUJET 4

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

Soient les suites (t_n) définie pour tout entier naturel n par $t_0 = 6 \ \ et \ \ t_{n+1} = 1{,}5\, t_n + 9$
et (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \ \ t_n + 18$

1) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison et son premier terme.
2) Déterminer l’expression de v_n en fonction de n
   En déduire l’expression de t_n en fonction de n

<u>Exercice 2</u> :

1) Calculer :

$$\int_0^1 e^{-x}\,\mathrm{d}x$$

2) Déterminer la valeur moyenne sur $[-1\,;1]$ de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 + 4$
   En donner une interprétation graphique.

SUJET 5

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

Soit u la fonction définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par $u(x)=\frac{x+6}{2x+2}$.

1) Déterminer u' et en déduire les variations de u sur son ensemble de définition.
2) On considère maintenant la fonction f définie sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$ par $(x)=e^{u(x)}$.

Déterminer le sens de variation de f sur $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$.

<u>Exercice 2</u> :

1. Énoncer le théorème des valeurs intermédiaires.
2. A l'aide du tableau de variations de la fonction f donné ci-dessous, l'équation $f(x)=2$ admet-elle des solutions ? Si oui, combien ?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
f	5	↘	$-\infty$ ‖ 1,8	↘	1	↗	10 ‖ 5	↗	$+\infty$

SUJET 6

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

Pour chacune des questions ci-dessous, on propose des affirmations qui peuvent être vraies ou fausses.
Pour chaque question, ***au moins une*** des affirmations est vraie.
Compléter la 3ème colonne du tableau par : V (vrai) ou F (faux). Il faudra justifier vos réponses lors de l’oral.

On considère l'inéquation : $e^{-2x^2+5x} \geq 1$	a) Elle est équivalente à : $-2x^2+5x \geq e$	
	b) Elle est équivalente à : $-2x^2+5x \geq 0$	
	c) -1est une solution	
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = xe^{2x}$	a) f admet pour dérivée : $f'(x) = 2\mathrm{e}^{2x}+1$	
	b) f admet pour dérivée : $f'(x) = e^{2x}+2xe^{2x}$	
	c) f est négative $sur]-\infty; 0]$	
m désigne un réel quelconque	a) Pour toute valeur de m, l'équation : "$\ln(x) = m$" admet une unique solution.	
	b) Pour toute valeur de m, l'équation : " $e^x = m$" admet au moins une solution.	

<u>Exercice 2</u> :

Une urne contient quatre boules blanches et cinq boules noires.
On tire au hasard successivement sans remise deux boules de cette urne. On conviendra que tous les tirages possibles d’une boule sont équiprobables.
Quelle est la probabilité d’obtenir une boule de chaque couleur ?

SUJET 7

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = e^x(e^x - 2)$.
On désigne par $\mathcal{C}$ la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1) Monter que pour tout réel x, $f'(x) = 2e^x(e^x - 1)$.
2) Etudier les variations des f sur $\mathbb{R}$.
3) Tracer la courbe $\mathcal{C}$ sur la calculatrice et vérifier les coordonnées de l'extremum trouvé au 2).

<u>Exercice 2</u> :

Une urne contient quatre boules blanches et cinq boules noires.
On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de cette urne. On conviendra que tous les tirages possibles d'une boule sont équiprobables.
Quelle est la probabilité d'obtenir une boule de chaque couleur ?

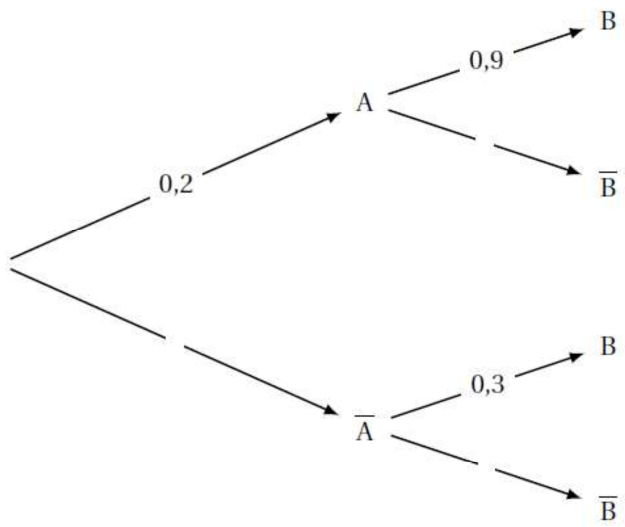
SUJET 8

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

Voici un arbre de probabilité :

1) Quelles probabilités représentent les nombres 0,2 et 0,9 ?
2) Compléter les branches restantes.
3) Exprimer $P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$ et $P(\mathrm{B})$.



<u>Exercice 2</u> :

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par : $u_n = 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$.
On considère l’algorithme suivant :

```
Variables : n, u.
Programme :
        u prend la valeur 3
        Pour n variant de 1 à 5 faire :
                u prend la valeur u × 1/2
        Fin Pour
        Afficher u
```

1) Que permet de calculer cet algorithme ?
2) Ecrire un algorithme permettant de déterminer le plus petit entier n tel que : $u_n \leq 10^{-3}$.

<u>Exercice 3</u> :

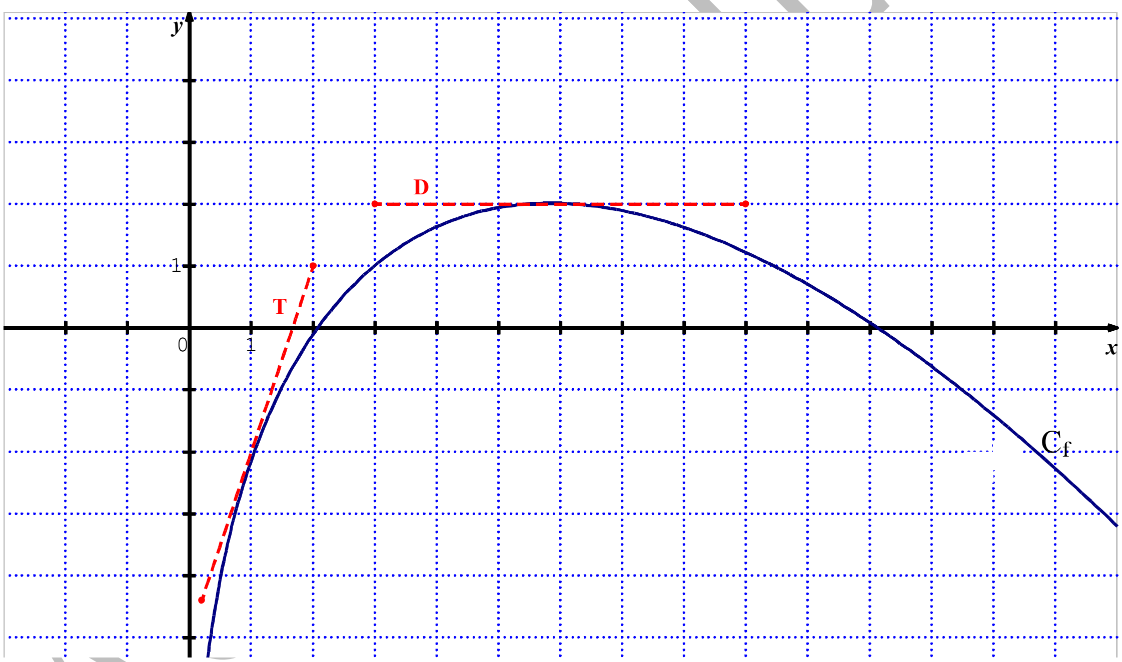
Déterminer une primitive de la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 2 - x + \frac{1}{x} + \frac{4}{x^2}$

SUJET 9

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 :

Exercice de lectures graphiques
Soit la fonction f définie sur $]0\,;+\infty[$, dont on donne la représentation graphique C_f ci-dessous :



1.
   a) Quelles sont les abscisses des points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses.
   b) Quel est le nombre dérivé de f en 6 ?
2. Quel est le maximum de f sur $[1\,;12]$. En quelle valeur est-il atteint ?
3. Pour quelles valeurs de x a-t-on $f(x) \geq 0$?
4. Indiquer une équation de la droite D. Que représente cette droite pour la courbe C_f ?
5. Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 1.

Exercice 2 :

En France, il y avait 2 millions de touristes chinois en 2015. On espère qu'il y en aura 5 millions en 2020.
A quelle évolution annuelle moyenne cela correspond-il ?

SUJET 10

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

En 2010, la consommation annuelle mondiale de vin a été estimée à 236 milliards de litres.
On suppose que cette consommation diminue chaque année de 0,4%
En quelle année passera-t-elle en dessous de 220 milliards de litres ?

<u>Exercice 2</u> :

On cherche à trouver le nombre de solutions de l'équation (E): $x^3 + 2x^2 + 5x + 1 = 0$

3) Soit f la fonction définie sur $[-1; 2]$ par $f(x) = x^3 + 2x^2 + 5x + 1$.
   Exprimer $f'(x)$ et établir les variations de f sur $\mathbb{R}$.
4) Montrer que l'équation (E) admet une unique solution en en donner une valeur approchée à 0,01 près.

SUJET 11

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1

QCM : Une seule proposition est correcte parmi celles proposées.

1. **Soit (u_n) une suite de nombres telle que pour passer d'un terme au suivant, on divise toujours par 4. La suite (u_n) est alors :**

a) géométrique de raison 4 b) arithmétique de raison -4 c) géométrique de raison $0{,}25$ d) ni géométrique, ni arithmétique.

2. **La population d'un village de 500 habitants augmente chaque année de 5%. Au bout de n années, la population sera :**

a) $500 + 25n$ b) $500 \times 1{,}05^n$ c) $500 \times 0{,}05^{n-1}$ d) $100 + 25^n$

3. **On donne (u_n) une suite géométrique de raison $q = 0,4$ Cette suite est :**

a) croissante b) décroissante c) on ne peut pas savoir.

4. **Soit (u_n) une suite géométrique de raison $0,99$ et de premier terme $u_1 = 40\ 000$. Cette suite passe sous la barre des 20000 à partir de n égal à :**

a) 71 b) 7 c) 69 d) 68

Exercice 2

Soit g la fonction définie sur $[-4 ; 4]$ par $g(x) = x^3 + 3x^2 + 2$

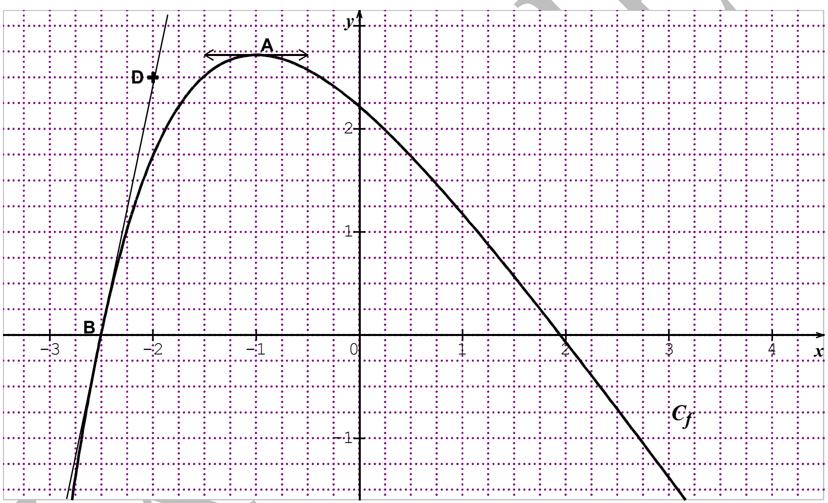
1. Etudier les variations de g.
2. Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une seule solution α sur $[-4 ; 4]$.
   Donner une valeur arrondie de α à 0,1.

SUJET 12

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 :

La courbe C_f d'une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ est donnée ci-dessous.
La courbe C_f passe par les points $A(-1; \mathrm{e})$ et $B(-2{,}5; 0)$ où $\mathrm{e} = exp(1)$
La tangente à la courbe C_f au point A est horizontale et la tangente à la courbe C_f au point B est la droite (BD), où D a pour coordonnées $(-2; 2{,}5)$



Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en vous appuyant sur la représentation graphique.

1) L'équation $f(x) = 2$ admet exactement 3 solutions dans l'intervalle $[-3\,;3]$.
2) $f(0) \approx 1{,}9$
3) $f'(-1) = 0$
4) $f'(-2{,}5) = 5$
5) $f'(x) \geq 0$ sur l'intervalle $[0\,;2]$.

Exercice 2

Parmi les 500 morceaux de musique présents sur un lecteur MP3, 280 sont des morceaux de Rap.
Parmi les titres en rap, deux morceaux sur trois sont chantés en français.
Le lecteur MP3, placé en mode aléatoire, joue au hasard un de ces morceaux de musique.
On définit les évènements suivants :
R : « le lecteur MP3 joue un morceau de Rap »
F : « le lecteur MP3 joue un morceau chanté en français »

1) Donner les valeurs de $P(R)$ et $P_R(F)$.
2) Faire un arbre pondéré illustrant la situation.
3) Calculer la probabilité que le lecteur MP3 joue un morceau de Rap français.

SUJET 13

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

<u>Exercice 1</u> :

On veut étudier sur $]2;+\infty[$ la fonction f définie par : $f(x) = x + \frac{1}{x-2}$
Pour cela on utilise un logiciel de calcul formel qui donne les résultats suivants :

f(x):=x+1/(x-2)	(x)->x+1/(x-2)
f '(x)	$1-\frac{1}{(x-2)^2}$
factor(1-1/(x-2)^2)	$\frac{(x-3)(x-1)}{(x-2)^2}$
f ''(x)	$2(x-2)^{-3}$
factor(2*(x-2)^(-3))	$\frac{2}{(x-2)^3}$

A l’aide des résultats fournis par le logiciel :
1) Déterminer le signe de $f'(x)$ pour tout x de $]2;+\infty[$.
2) En déduire les variations de f sur $]2;+\infty[$.
3) Etudier la convexité de la fonction f sur $]2;+\infty[$.

<u>Exercice 2</u> :

Dans un parc national, la population des chamois augmente de 15% chaque année. La population initiale était estimée à 2000 chamois en 2 000.
La suite (u_n) est telle que u_n représente le nombre de chamois présents dans le parc après n années ; on pose donc $u_0 = 2000$.
1) Quel sera le nombre u_1 de chamois dans le parc après une année ?
2) Exprimer, pour tout entier n, u_{n+1} en fonction de u_n.
3) En déduire la nature de la suite (u_n)
4) Déterminer, pour tout entier n, u_n en fonction de n.
5) Quel était alors le nombre de chamois présents dans le parc national en 2012 ?
6) A l’aide de la calculatrice, après combien d’années la population dépassera-t-elle 15 000 chamois ?

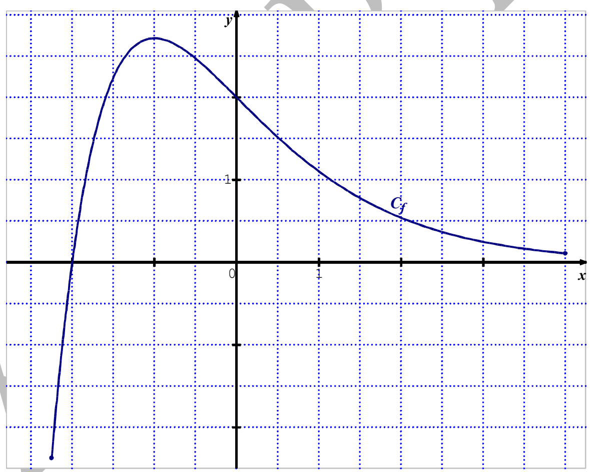
SUJET 14

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 :

La courbe $\left(C_f\right)$ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $[-2{,}25\ ;\ 4]$ dans le repère orthonormé (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$) . On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\left(C_f\right)$ vérifie les propriétés suivantes :

- Les points de coordonnées respectives $(-2;0)$ et $(0;2)$ appartiennent à la courbe tracée ;
- la tangente au point d'abscisse −1 est parallèle à l'axe des abscisses ;
- la tangente au point d'abscisse 0 coupe l'axe des abscisses en $x = 2$.



Vrai ou faux à justifier :

1) $f'(-1) = 2{,}7$
2) L'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur $[-2{,}25\ ;\ 4]$
3) $f'(x) > 0$ sur $]-2\ ;\ -1[$.
4) $f'(0) = -1$.

Exercice n°2

1. Une pièce de monnaie est mal équilibrée. La probabilité d'obtenir face est 0,4. On procède à 5 lancers successifs de cette pièce. Soit X la variable aléatoire égale au nombre de lancers où la pièce tombe sur face. X suit la loi binomiale de paramètres :

$a)\ n = 5\ et\ p = 0{,}6$ $\quad b)\ n = 5\ et\ p = 0{,}5$ $\quad c)\ n = 5\ et\ p = 0{,}4$ $\quad d)\ n = 4\ \ et\ p = 0{,}6$

2. Dans un magasin, un bac contient des cahiers en promotion. On sait que 50 % des cahiers ont une reliure spirale, et que 75 % des cahiers sont à grands carreaux. Parmi les cahiers à grands carreaux, 40% ont une reliure spirale. Amélie choisit au hasard un cahier à reliure spirale.
   La probabilité qu'il soit à grands carreaux est égale à :

$a)$ 0,3 $\quad b)$ 0,5 $\quad c)$ 0,6 $\quad d)$ 0,9

SUJET 15

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé

<u>Exercice 1</u> :

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant.
L’entreprise Printfactory fabrique, en grande quantité, des cartouches d’encre noire pour imprimante.
On considère la variable aléatoire X qui, à chaque cartouche produite, associe sa durée de vie exprimée en nombre de pages. On admet que X suit la loi normale de paramètres $\mu = 250$ et $\sigma = 10$.

Affirmation 1 :
Environ 95 % des cartouches produites ont une durée de vie comprise entre 230 et 270 pages.

Affirmation 2 :
Moins de 50 % des cartouches produites ont une durée de vie inférieure à 300 pages.

<u>Exercice 2</u> :

On considère la fonction f définie et dérivable sur $[0{,}5; 10]$ par :

$$f(x) = -x^2 - 4x + 15 + 6\ln(x)$$

On note f' la fonction dérivée de la fonction f.

1. Vérifier que pour tout réel x de $[0{,}5; 10]$, $f'(x) = \frac{-2x^2-4x+6}{x}$
2. Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de $[0{,}5; 10]$
   En déduire le tableau de variations de f sur $[0{,}5; 10]$

SUJET 16

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé

<u>Exercice 1</u>

QCM : Une seule proposition est correcte parmi celles proposées.

1. Soit (u_n) une suite de nombres telle que pour passer d'un terme au suivant, on divise toujours par 4. La suite (u_n) est alors :

a) géométrique de raison 4 b) arithmétique de raison -4 c) géométrique de raison 0,25 d) ni géométrique, ni arithmétique.

2. La population d'un village de 500 habitants augmente chaque année de 5%. Au bout de n années, la population sera :

a) $500 + 25n$ b) $500 \times 1{,}05^n$ c) $500 \times 0{,}05^{n-1}$ d) $100 + 25^n$

3. On donne (u_n) une suite géométrique de raison $q = 0{,}4$ Cette suite est :

a) croissante b) décroissante c) on ne peut pas savoir.

4. Soit (u_n) une suite géométrique de raison $0{,}99$ et de premier terme $u_1 = 40\ 000$. Cette suite passe sous la barre des 20000 à partir de n égal à :

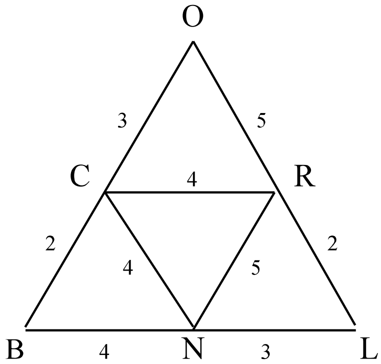
a) 71 b) 7 c) 69 d) 68

<u>Exercice 2</u> :

Le graphe ci-contre représente une (petite) partie du plan du métro parisien. Les six sommets indiquent les correspondances et lieux à visiter.
Un touriste arrive à Nation.

1. Peut-il trouver un parcours revenant à Nation et qui emprunte chacune des neuf lignes une fois et une seule ?

2. Se trouvant à Nation, il souhaite visiter tous les autres sites, sans repasser par Nation et en prenant l'itinéraire qui comporte le moins de stations.
Aidez-le à organiser sa visite.



C : Châtelet
L : Père Lachaise
B : Bastille
N : Nation
O : Opéra
R : République

Les coefficients indiquent le nombre de stations intermédiaires entre 2 correspondances.

SUJET 17

L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé

<u>Exercice 1 :</u>

Un système de sécurité comporte deux alarmes indépendantes ayant des probabilités de déclenchement en cas d'incident respectivement égales à 0,95 et 0,90.

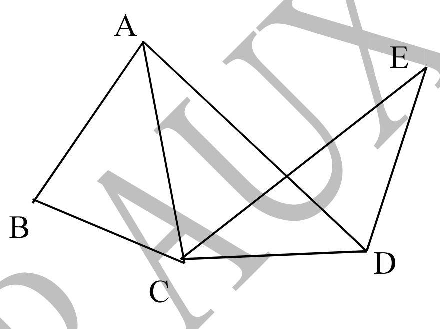
1) La probabilité que les deux alarmes se déclenchent en cas d'incident est :

0,995 ☐ 0,975 ☐ 0,95 ☐ 0,90 ☐ 0,855 ☐

2) La probabilité qu'une alarme au moins se déclenche en cas d'incident est :

0,995 ☐ 0,975 ☐ 0,95 ☐ 0,90 ☐ 0,855 ☐

<u>Exercice 2</u> : <u>SPECIALITE</u>



1) L'ordre de ce graphe est :

3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 7 ☐

2) Ce graphe
- contient un cycle eulérien ☐
- contient une chaîne eulérienne ☐
- ne contient ni cycle, ni chaîne eulériens ☐

3) La matrice de ce graphe, écrite en respectant l'ordre alphabétique des sommets de gauche à droite et de haut en bas est :

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$ ☐

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ ☐

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$ ☐

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$ ☐

SUJET 18

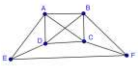
L'épreuve orale est constituée d'une préparation d'une vingtaine de minutes suivie d'un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d'argumentation pour l'entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c'est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé.

Exercice 1 :

Amateur de sudoku, Paul s'entraîne sur un site internet.
40 % des grilles de sudoku qui y sont proposées sont de niveau facile, 30 % sont de niveau moyen et 30 % de niveau difficile.
Paul sait qu'il réussit les grilles de sudoku de niveau facile dans 95 % des cas, les grilles de sudoku de niveau moyen dans 60 % des cas et les grilles de sudoku de niveau difficile dans 40 % des cas.
Une grille de sudoku lui est proposée de façon aléatoire.
On considère les évènements suivants :
F : « la grille est de niveau facile »
M: « la grille est de niveau moyen »
D : « la grille est de niveau difficile »
R : « Paul réussit la grille » et $\overline{R}$ son évènement contraire.
1. Traduire les données de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. a. Calculer la probabilité que la grille proposée soit difficile et que Paul la réussisse.
b. Montrer que la probabilité que Paul réussisse la grille proposée est égale à 0,68.
3. Sachant que Paul n'a pas réussi la grille proposée, quelle est la probabilité que ce soit une grille de niveau moyen?

Exercice 2 : SPECIALITE

Le graphe suivant représente le plan d'un centre-ville : les arêtes du graphe représentent ses avenues commerçantes et les sommets du graphe les carrefours de ces avenues.



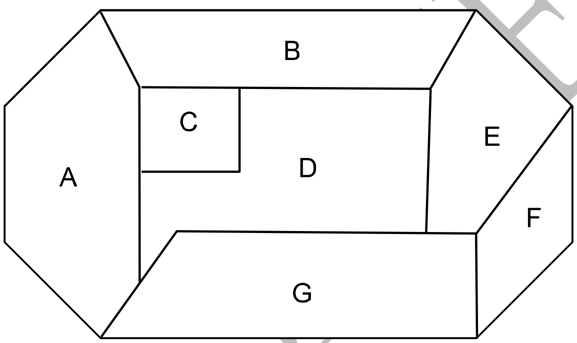
1. Ce graphe n'est pas complet. Pourquoi ?
   Combien faudrait-il ajouter d'arêtes pour le rendre complet ? Justifier.
2. Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue? justifier.
3. Ecrire la matrice d'adjacence de ce graphe en respectant l'ordre alphabétique.
4. Combien y a-t-il de chaînes de longueur 4 permettant de relier B à E ?

SUJET 19

L’épreuve orale est constituée d’une préparation d’une vingtaine de minutes suivie d’un entretien de même durée.
Les exercices du sujet constituent une base d’argumentation pour l’entretien : vous préparez des réponses que vous devrez être capable de justifier en précisant, lorsque c’est utile, les notions de cours indispensables. (Il est inutile de les rédiger complètement par écrit)
La démarche et la pertinence des justifications seront valorisées.
Des questions complémentaires peuvent vous être posées au cours du dialogue.
L'usage de la calculatrice est autorisé

Exercice 1 : SPECIALITE

Sur la carte ci-dessous, sont représentés sept pays avec leurs frontières.



Toutes les réponses devront être justifiées.

On s’intéresse aux frontières séparant ces pays :

a. Traduire cette carte par un graphe dont les sommets sont les pays et où chaque arête représente une frontière entre deux pays.
b. On appelle M la matrice associée à ce graphe, les sommets étant pris dans l’ordre alphabétique. Ecrire M.
c. Est-il possible de visiter tous les pays en franchissant une et une seule fois chacune des frontières ?

Exercice 2 :

Chaque jour Antoine s’entraine au billard américain pendant une durée comprise entre 20 minutes et 1 heure. On modélise la durée de son entrainement en minutes , par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l’intervalle $[20; 60]$.
Les affirmations suivantes sont elles vraies ?

Affirmation 1 :
La probabilité que l’entrainement dure plus de 30 minutes est de 0,3.

Affirmation 2 :
L’espérance de X est égale à 20 .