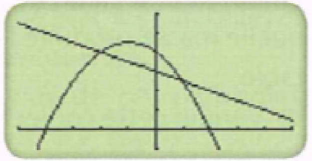
70 Résoudre une équation du second degré

À l'écran d'une calculatrice, on a représenté les fonctions f et g définies par :

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$

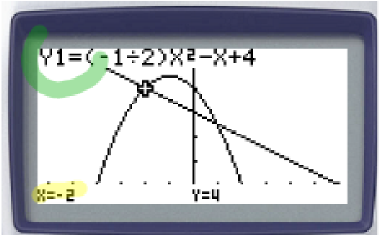
$g(x) = -\frac{1}{2}x + 3$

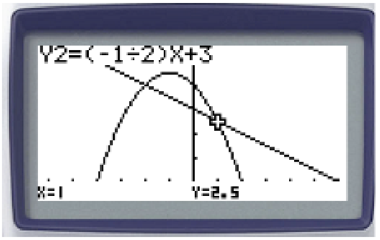


a) Conjecturer les solutions de l'équation $f(x) = g(x)$.

b) Démontrer cette conjecture par le calcul.

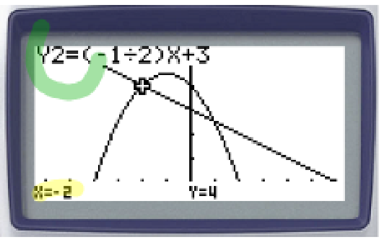
a)

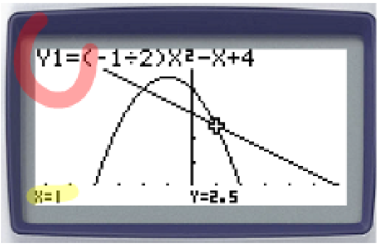




$g(x) = f(x)$

$y_2 = y_1$





$g(x) = f(x)$

$y_2 = y_1$

$f(x) = g(x) \iff -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 = -\frac{1}{2}x + 3$

$\iff -\frac{1}{2}x^2 - x + 4 + \frac{1}{2}x - 3 = 0$

$\iff -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x + 1 = 0 \iff -x^2 - x + 2 = 0$ $\quad \Delta = 9$

$x_1 = -2 \quad x_2 = 1$ $\quad \sqrt{\Delta} = 3$

on a bien $x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$ car $\frac{c}{a} = \frac{2}{-1}$ et $x_1 . x_2 = -2$

71 Utiliser la calculatrice

La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 9x^2 - 6x + \frac{3}{4}$$

a) Tracer la courbe représentative de f à l'écran de la calculatrice.

b) Conjecturer le signe de $f(x)$ en fonction de x.

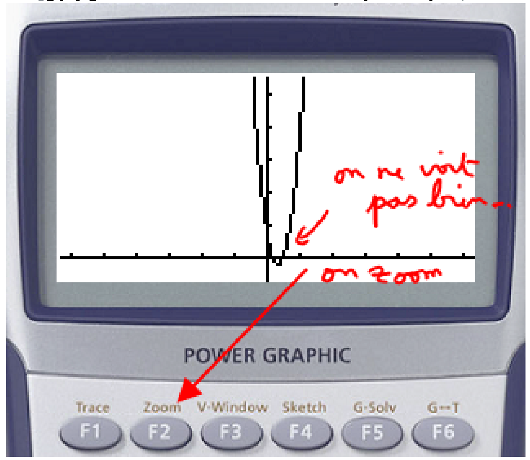
c) Déterminer par le calcul le signe de $f(x)$ et vérifier la conjecture.

Conseils

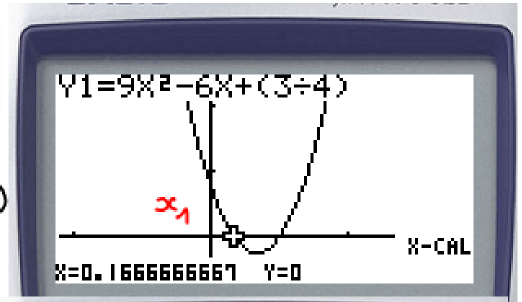
a) Que faut-il régler à la calculatrice avant de tracer la courbe ?

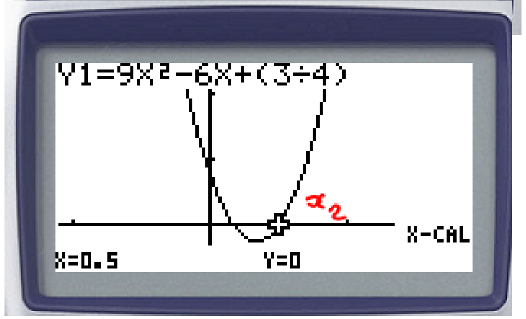
b) Quelle fonction de la calculatrice peut-on utiliser pour obtenir plus de précision ?

c) Voir le cours, paragraphe 2 page 20, et l'exercice résolu 1 page 21.



on obtient x_1 et x_2
à l'aide de G-SOLV (Casio)
ou CALC (Ti)
voir livre page 21





x	$-\infty$		$1/6$		$1/2$		$+\infty$
$f(x)$		+	0	−	0	+	

b) $a>0$: le trinôme est du signe de a (positif) à l'extérieur des racines
on calcule $\Delta = 9$ puis $\sqrt{\Delta} = 3$ on obtient $x_1 = 1/6$ et $x_2 = 1/2$

72 Choisir la forme adaptée

Une entreprise a un coût moyen de production $C(x)$, en euros, donné pour $x \in [0\ ;\ 10]$ par :

$$C(x) = 2x^2 - 20x + 53$$

où x désigne le nombre d'unités produites, en centaines. Un logiciel de calcul formel donne le résultat :

```
1 forme_canonique(2x^2-20x+53)
  2*(x-5)^2+3                M
```

Choisir la forme adaptée afin de répondre aux questions suivantes.

a) Quelle quantité produite rend minimal le coût moyen de production ?

b) Quel est le coût moyen minimal de production ?

Analysons le document :

$a = 2$: $a > 0$ la parabole est tournée vers le haut

Le sommet est en bas et traduit le minimum de la fonction.

$S(\alpha ; \beta)$ α et β sont fournis par la forme canonique. Ici on a $\alpha = 5$

$\beta = 3 = f(\alpha)$

a) le coût moyen de production est minimal pour $x = \alpha = 3$ centaines soit 300 articles

b) le coût moyen minimal est $f(3) = 5$ €