Différentes formes d'une fonction polynôme de degré 2

11 Développer et ordonner les expressions suivantes.

a) $(x-2)(x+3)$ **b)** $-3(x+1)(x-2)$

c) $2(x+1)^2-5$ **d)** $3[(x-1)^2+2]$

$A = x^2+3x-2x-6$
$= x^2+x-6$

$B = (-3x-3)(x-2)$
$= -3x^2+6x-3x+6$
$= -3x^2+3x+6$

$C = 2(x^2+2x+1)-5$ Priorité au développement de l'identité remarquable
$= 2x^2+4x+2-5$
$= 2x^2+4x-3$

$D = 3[(x-1)^2+2]$
$= 3[x^2-2x+1+2]$
$= 3(x^2-2x+3)$
$= 3x^2-6x+9$

12 Pour chacun des trinômes suivants, calculer α et β. En déduire la forme canonique.

a) $P(x) = 2x^2-12x+24$

b) $Q(x) = 3x^2+7x-1$

$ax^2+bx+c = a(x-\alpha)^2+\beta$

a) $P(x) = 2(x^2-6x)+24$
$= 2[(x-3)^2-9]+24$
$= 2(x-3)^2-18+24$
$P(x) = 2(x-3)^2+6$ $\alpha = 3$ $\beta = 6$

<u>Résultat de cours</u> : $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ ici $a = 2$ $b = -12$

d'où $\alpha = \dfrac{-(-12)}{2\times 2} = \dfrac{12}{4} = 3$

$\beta = P(\alpha)$ ici $P(3) = 2\times 3^2-12\times 3+24$
$= 2\times 9-36+24$
$= 18-36+24$
$\beta = P(3) = 6.$

b) $Q(x) = 3x^2+7x-1$
$= 3\left(x^2+\frac{7}{3}x\right)-1$
$= 3\left[\left(x+\frac{7}{6}\right)^2-\frac{49}{36}\right]-1$

$Q(x) = 3\left(x+\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{49}{12} - 1$

$= 3\left(x+\frac{7}{6}\right)^2 - \frac{61}{12}$ $\quad \alpha = \frac{-7}{6} \quad \beta = -\frac{61}{12}$

Avec la formule de cours : $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-7}{2\times 3} = -\frac{7}{6}$

$\beta = Q(\alpha) = 3\times\left(-\frac{7}{6}\right)^2 + 7\times\left(-\frac{7}{6}\right) - 1$

$= 3\times\frac{49}{36} - \frac{49}{6} - 1$

$= \frac{49}{12} - \frac{98}{12} - \frac{12}{12}$

$\beta = -\frac{61}{12}$

13 g est la fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = -x^2 + x + 3$$

a) Afficher la courbe représentant g à l'écran de la calculatrice.

b) Conjecturer la forme canonique de $g(x)$ par lecture graphique. Vérifier ce résultat par le calcul.

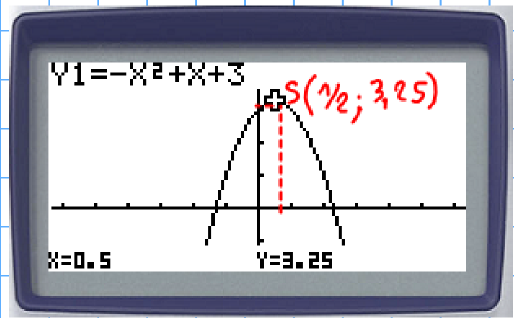
$ax^2 + bx + c$

$a = -1$

$b = 1$

$c = 3$

a)



on lit graphiquement $S\left(\frac{1}{2} ; 3,25\right)$ donc

$g(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$

$= -\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + 3,25$

Vérification : $-\left(x-\frac{1}{2}\right)^2 + 3,25 = -\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + 3,25$

$= -x^2 + x - 0,25 + 3,25$

$= -x^2 + x + 3$

$= g(x)$