44 Une entreprise fabrique x dizaines d'objets par jour. Son bénéfice, exprimé en centaines d'euros, pour x dizaines d'objets fabriqués est :

$$B(x) = -2x^2 + 12x - 10$$

pour $x \in [0 ; 10]$

a) Établir le tableau de signes de la fonction B sur $[0;10]$.

b) En déduire la production pour laquelle l'activité de l'entreprise est rentable, c'est-à-dire pour laquelle le bénéfice est positif.

10 objets

50 objets

x	0		1		5		10
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$11 \leq x \leq 49$

pour une activité rentable

c) pour quelle production le bénéfice est il maximal ?

$ax^2 + bx + c$ avec $a = -2$

$b = 12$

$c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 12^2 - 4 \times (-2) \times (-10)$

$= 144 - 80 = 64$

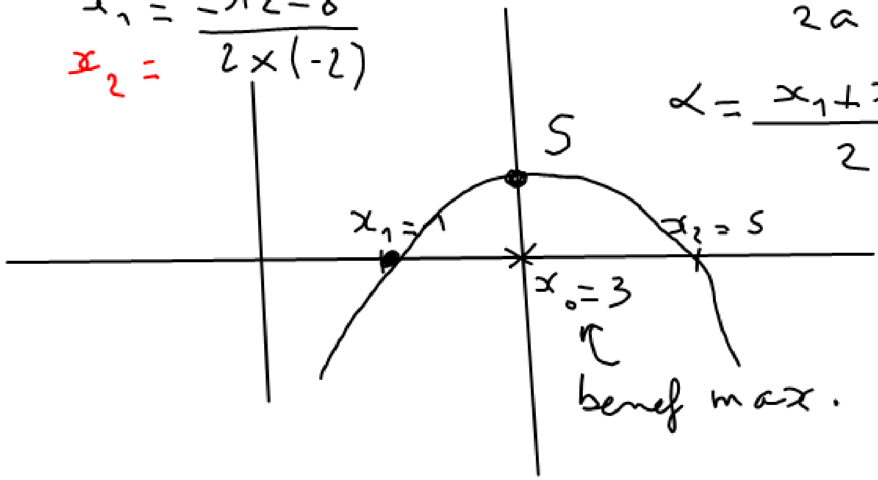
$\sqrt{\Delta} = 8$

$x_1 = \dfrac{-12 \pm 8}{2 \times (-2)}$

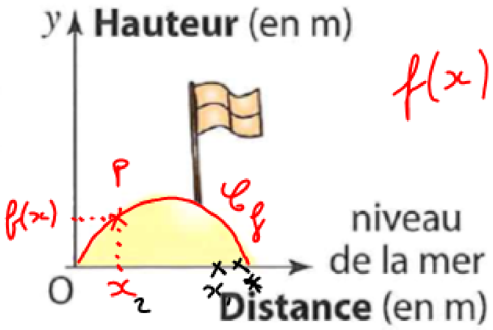
$x_2 =$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a}$

$\alpha = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$



47 Durant l'été, des enfants se sont lancés le défi d'aller planter un drapeau sur une dune à au moins 200 m au-dessus du niveau de la mer.



Dans le repère ci-contre, le profil de la dune est donné par l'équation :

$$y = -\frac{1}{1\,600}x^2 + x$$

a) Expliquer pourquoi l'objectif est atteint en plantant le drapeau en un point d'abscisse x qui vérifie :

$$-\frac{1}{1\,600}x^2 + x - 200 \geqslant 0$$

b) Déterminer les abscisses des points où le drapeau peut être planté.

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4\times\left(-\frac{1}{1600}\right)\times(-200)$$
$$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$
$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\,\frac{\times\sqrt{2}}{\times\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$f(x) = \frac{-1}{1600}x^2 + x.$$

a) $f(x) \geqslant 200$

$$\Longleftrightarrow -\frac{1}{1600}x^2 + x \geqslant 200$$

$a\,x^2 + bx + c$ $\qquad a = -\frac{1}{1600}$ $\quad b = 1$ $\quad c = -200$

$$\Longleftrightarrow -\frac{1}{1600}x^2 + x - 200 \geqslant 0$$

b) Dressons le tableau de signe de

$$P(x) = -\frac{1}{1600}x^2 + x - 200$$

x_1 $\qquad$ x_2

x		$\simeq 240$		1360.	
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$$x_1 = \frac{-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-2}{1600}} \qquad x_2 = \frac{-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-2}{1600}}$$

48 Chaque jour, une entreprise fabrique x objets, avec x compris entre 0 et 50.
Le coût de production de x objets est donné en euros par :

$$C(x) = 280 - 14x$$

Le revenu de x objets vendus est donné en euros par :

$$R(x) = 2x - 0,1x^2$$

a) Quel est le bénéfice $B(x)$ obtenu pour x objets produits et vendus ?
b) Pour quelle production l'activité est-elle rentable ?

a) $B(x) = R(x) - C(x)$

$\Leftrightarrow B(x) = (2x - 0,1x^2) - (280 - 14x)$

$= 2x - 0,1x^2 - 280 + 14x$

$$\boxed{B(x) = -0,1x^2 + 16x - 280}$$

b) L'activité sera rentable dès que

$B(x) \geq 0$.

à terminer + 50 p 27.