44 Une entreprise fabrique x dizaines d'objets par jour. Son bénéfice, exprimé en centaines d'euros, pour x dizaines d'objets fabriqués est :

$$B(x) = -2x^2 + 12x - 10$$

pour $x \in [0 ; 10]$

a) Établir le tableau de signes de la fonction B sur $[0 ; 10]$.

b) En déduire la production pour laquelle l'activité de l'entreprise est rentable, c'est-à-dire pour laquelle le bénéfice est positif.

10 objets 50 objets

x	0		1		5		10
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$11 \leq x \leq 49$

pour une activité rentable

c) pour quelle production le bénéfice est il maximal ?

$ax^2 + bx + c$ avec $a = -2$

$b = 12$

$c = -10$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 12^2 - 4 \times (-2) \times (-10)$

$= 144 - 80 = 64$

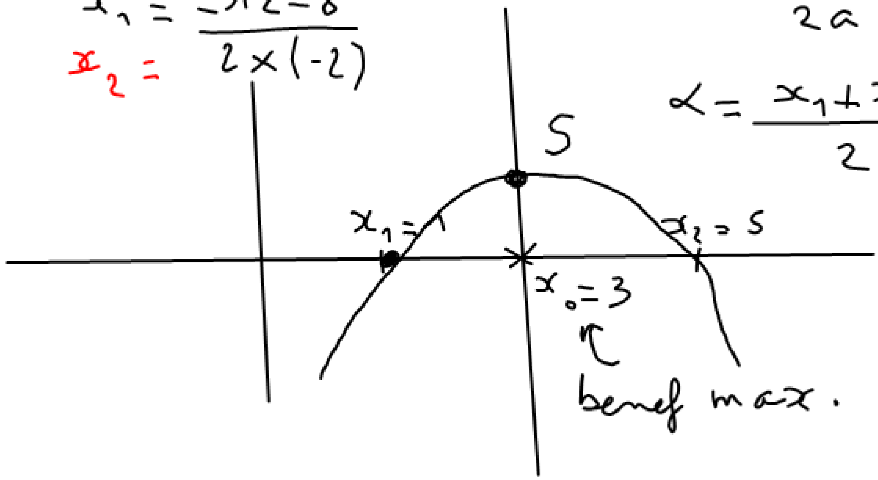
$\sqrt{\Delta} = 8$

$x_1 = \dfrac{-12 \pm 8}{2 \times (-2)}$

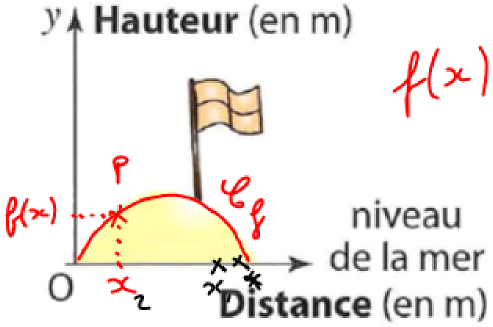
$x_2 =$

$\alpha = \dfrac{-b}{2a}$

$\alpha = \dfrac{x_1 + x_2}{2}$



47 Durant l'été, des enfants se sont lancés le défi d'aller planter un drapeau sur une dune à au moins 200 m au-dessus du niveau de la mer.



Dans le repère ci-contre, le profil de la dune est donné par l'équation :

$$y = -\frac{1}{1\,600}x^2 + x$$

a) Expliquer pourquoi l'objectif est atteint en plantant le drapeau en un point d'abscisse x qui vérifie :

$$-\frac{1}{1\,600}x^2 + x - 200 \geqslant 0$$

b) Déterminer les abscisses des points où le drapeau peut être planté.

$f(x) = \frac{-1}{1600}x^2 + x.$

a) $f(x) \geqslant 200$

$\iff -\frac{1}{1600}x^2 + x \geqslant 200$

$a \quad x^2 + bx + c$ $\qquad a = -\frac{1}{1600}$ $b = 1$ $c = -200$

$\iff \frac{-1}{1600}x^2 + x - 200 \geqslant 0$

b). Dressons le tableau de signe de

$P(x) = \frac{-1}{1600}x^2 + x - 200$

x		$x_1 \simeq 240$		$x_2 \simeq 1360$	
$P(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$\Delta = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{1600}\right) \times (-200)$

$= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$x_1 = \frac{-1 + \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-2}{1600}}$ $\qquad x_2 = \frac{-1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{-2}{1600}}$

48 Chaque jour, une entreprise fabrique x objets, avec x compris entre 0 et 50.
Le coût de production de x objets est donné en euros par :

$$C(x) = 280 - 14x$$

Le revenu de x objets vendus est donné en euros par :

$$R(x) = 2x - 0{,}1x^2$$

a) Quel est le bénéfice $B(x)$ obtenu pour x objets produits et vendus ?

b) Pour quelle production l'activité est-elle rentable ?

a) $B(x) = R(x) - C(x)$

$\Leftrightarrow B(x) = (2x - 0{,}1x^2) - (280 - 14x)$

$= 2x - 0{,}1x^2 - 280 + 14x$

$$\boxed{B(x) = -0{,}1x^2 + 16x - 280}$$

b) L'activité sera rentable dès que $B(x) \geq 0$. $B(x) > 0$

à terminer + 50 p 27.

$B(x) = 0 \Leftrightarrow -0{,}1x^2 + 16x - 280 = 0$

$ax^2 + bx + c = 0$

Les racines avec $a = -0{,}1$ $b = 16$ $c = -280$.

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= 16^2 - 4 \times (-0{,}1) \times (-280)$

$= 256 - 112$

$= 144$

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{144} = 12.$

$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-280}{-0{,}1} = 2800$

Snt :

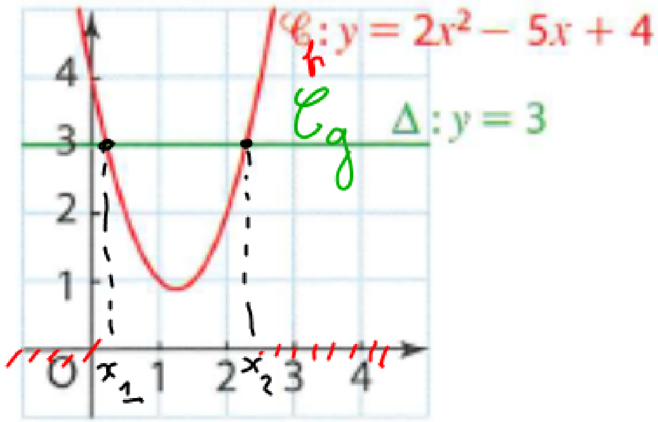
$x_1 = \frac{-16-12}{-0{,}2} = 140$ $\quad x_2 = \frac{-16+12}{-0{,}2}$ $\quad x_2 = 20.$

x	0		20		50	140	
$B(x)$		−	0	+		~~0~~	−

50 Dans le repère ci-contre, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x) = 2x^2 - 5x + 4$

Étudier, suivant les valeurs de x, les positions relatives de $\mathscr{C}$ et de Δ.



$x_1 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ $\quad x_2 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{5-\sqrt{17}}{4}$ $\quad x_2 = \dfrac{5+\sqrt{17}}{4}$

x		$\frac{5-\sqrt{17}}{4}$		$\frac{5+\sqrt{17}}{4}$	4
position relative	droite est en dessous de $\mathscr{C}$	intersection	droite au dessus de $\mathscr{C}$.	intersection.	droite en dessous de $\mathscr{C}$.
signe de $f(x)-g(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

$\mathscr{C}_g$ est au dessus de $\mathscr{C}_f$

$\iff g(x) > f(x)$

$\iff 3 > 2x^2 - 5x + 4$

$\iff 2x^2 - 5x + 1 < 0$

$\iff f(x) - g(x) < 0$.

$ax^2 + bx + c < 0$

$a = 2$; $b = -5$; $c = 1$

$\Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \times 2 \times 1$
$= 25 - 8$
$= 17$.

$\sqrt{\Delta} = \sqrt{17}$

$D(v) = 0{,}01v^2 - 0{,}025v$

60 objectif Bac **Sécurité routière**

La vitesse, en km/h, d'un véhicule dont la distance de freinage est de 110 m est solution de l'équation :

$$0{,}01v^2 - 0{,}025v - 110 = 0$$

a) Résoudre cette équation. Arrondir à l'unité.

b) En déduire la vitesse, en km/h, d'un véhicule dont la distance de freinage est de 110 m.

a) $0{,}01v^2 - 0{,}025v - 110 = 0$

$av^2 + bv + c = 0$

avec $a = 0{,}01$ $b = -0{,}025$ $c = -110$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$= (-0{,}025)^2 - 4 \times 0{,}01 \times (-110)$

$\Delta = 4{,}400625$

$\sqrt{\Delta} = 2{,}09776667$

Les racines sont : $v_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \simeq -103$ km/h.

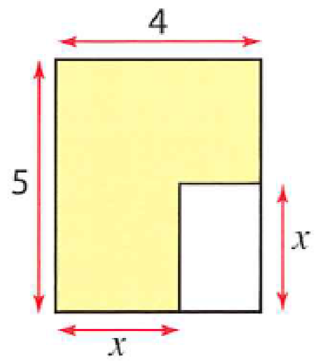
$v_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = 106{,}14$ km/h.

b) $\simeq 106$ km/h

62 objectif Bac **Logo stylisé**

L'entreprise Prim' Jet se propose de réaliser un logo représentant la lettre P stylisée, dans une pièce métallique rectangulaire d'épaisseur 5 mm.

Sur la figure suivante, la partie colorée représente la zone où le matériau doit être déposé.



Les cotes sont exprimées en cm et $0 \leqslant x \leqslant 4$.

On note $\mathcal{A}$ l'aire de la partie traitée (colorée sur le schéma).

1. Calculer $\mathcal{A}$ pour $x = 1{,}5$.

2. a) Exprimer l'aire du rectangle découpé (blanc sur le schéma) en fonction de x.

b) En déduire que l'aire $\mathcal{A}$ est donnée par la relation :

$$\mathcal{A} = x^2 - 4x + 20$$

3. L'entreprise qui a commandé les pièces propose une aire de 17 cm^2.

Déterminer par le calcul (la ou les) cote(s) x correspondante(s).