

# FACTORISATION – DEVELOPPEMENT

## Développer et factoriser

**13** Réduire les expressions suivantes :

$$A(x) = 5(x-1) - 2(x-2) - 3x + 1 ;$$

$$B(x) = -(x-3) + 3(2x-1) - 2(2x-3) ;$$

$$C(x) = x - 2 - 5(x-3) + 3(-x-4) ;$$

**14** Développer, réduire et ordonner les expressions :

$$A(x) = 2x(x-3) - 5(x-1)(x+2) ;$$

$$B(x) = -x(x+2) - 3(x^2-2) + 2x^2 - 6 ;$$

$$C(x) = (x+3)(-2x+1) - 3x(x-2) ;$$

### Rappel

Pour développer un produit de trois facteurs, on multiplie les deux premiers, puis le résultat obtenu par le troisième.

**15** Développer, réduire et ordonner chaque expression :

$$A(x) = x(x-1)(x-4) - x^2(x-3) ;$$

$$B(x) = -2x(x+2)(x-3) + (x+1)(x-1)(2x-1) ;$$

$$C(x) = (x-1)^2(x+2) - (2x+1)^2(x+1) ;$$

**16** Lorsque cela est possible, factoriser les polynômes suivants à l'aide d'une différence de deux carrés :

$$a) 4x^2 - 9 ; \quad b) -x^2 + 1 ; \quad c) x^2 - 3 ; \quad d) 1 - 9x^2 ;$$

$$e) 2x^2 - 25 ; \quad f) 4x^2 + 1 ; \quad g) 16x^2 - 10 ; \quad h) -x^2 - 1 ;$$

**17** Lorsque cela est possible, factoriser sous forme d'un produit de facteurs les expressions :

$$a) (x+1)(x-3) + 2(x+1) ;$$

$$b) 5x - 3(x-2) - (x-2)(x+1) ;$$

$$c) (5-2x)(x+1) - (x^2-1) ;$$

$$d) 2x^2 - x + (2x-1)(x+1) ;$$

**18** Factoriser au maximum chaque expression :

$$a) -5x(x^2-1) ; \quad b) (2x^2-4x)(x+3) ;$$

$$c) (4x^2-9)(1+4x^2) ; \quad d) (x^2-2x+1)(x-2) ;$$

**19** Factoriser chaque expression à l'aide d'une différence de deux carrés.

$$a) (3x-2)^2 - (2x+1)^2 ; \quad b) -x^2 + (1-2x)^2 ;$$

$$c) 4(x-1)^2 - (3x+1)^2 ; \quad d) (x-4)^2 - (-x-3)^2 ;$$

**20** Factoriser chaque expression en faisant apparaître un facteur commun :

$$a) 2x-3 - (5x+1)(2x-3) ; \quad b) (4x-1)^2 - 4x+1 ;$$

$$c) 9x^2-1 + (x-3)(3x+1) ; \quad d) x^2-4x+2x(x-4) ;$$

## Formes d'une expression

**9** Vérifier que les trois formes données correspondent à la même expression.

$$a) x(2x-1) - 3 ; \quad b) (2x-3)(x+1) ;$$

$$c) 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{25}{8} ;$$

**10** Même exercice.

$$a) (x+1)^2 - 16 ; \quad b) x(x+2) - 15 ; \quad c) (x-3)(x+5) ;$$

**11** Dans chaque cas, montrer que les trois expressions sont égales :

$$1^\circ (x-3)(2-x) ; \quad -x(x-5) - 6 ; \quad -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} ;$$

$$2^\circ \frac{1}{4}(x+4)(x-8) ; \quad \frac{1}{4}(x-2)^2 - 9 ; \quad \frac{1}{4}x^2 - x - 8 ;$$

## EQUATIONS

**68** Résoudre de « tête » et donner l'ensemble solution :

$$1^\circ a) -x-4 = 0 ; \quad b) 6x+3 = 0 ; \quad c) -3x = 0 ;$$

$$d) \frac{-x+3}{5} = 0 ; \quad e) -\frac{x}{4} + \frac{3}{4} = 0 ; \quad f) \frac{x}{5} - \frac{1}{15} = 0 ;$$

$$2^\circ a) -\frac{5}{2}x = 0 ; \quad b) \frac{3x-1}{2} = 0 ; \quad c) 4-x = 0 ;$$

$$d) -\frac{3}{2}x + \frac{9}{2} = 0 ; \quad e) -5-2x = 0 ; \quad f) \frac{3}{4}x = 0 ;$$

**69** Résoudre de « tête » et donner l'ensemble solution :

$$1^\circ a) 4x(2x-1) = 0 ; \quad b) (5x-3)(1-x) = 0 ;$$

$$c) (5x+3)(x-3) = 0 ; \quad d) (-x-2)(x+1)^2 = 0 ;$$

$$2^\circ a) \frac{3x}{4}(x+3)\left(2x - \frac{1}{3}\right) = 0 ; \quad b) (x-3)^2\left(\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}\right) = 0 ;$$

**70** Résoudre les équations suivantes :

$$1^\circ a) -\frac{5x}{4} = 0 ; \quad b) -\frac{2x}{5} + \frac{4}{3} = 0 ;$$

$$2^\circ a) 3x-6 = 0 ; \quad b) 5x+10 = 0 ;$$

**71** Résoudre les équations suivantes :

$$1^\circ a) 4x^2-3x = 0 ; \quad b) 5x^2 = x ;$$

$$c) 2x^2-x+1 = x+1 ;$$

$$2^\circ a) (5x-1)(x+2) = (x+2)(1-x) ;$$

$$b) (x-1)(x+4) = (x-2)(x+3) ;$$

$$c) (2x+1)(2-x) = (2x+1)^2 ;$$

$$d) (4x-3)(4-x) = (x-2)(x+6) ;$$

# EXPRESSIONS RATIONNELLES

## 1. Questions rapides

**65** Vrai ou faux ? Justifier la réponse.

- a)  $\frac{3x-1}{1+\sqrt{2}}$  n'est pas une expression rationnelle.  
 b)  $\frac{1}{x} - \frac{3}{x-1}$  est une expression rationnelle.  
 c)  $\frac{4}{3x} - \frac{1}{x-3}$  a pour valeurs interdites 0 et 3.  
 d) Les valeurs interdites de  $\frac{2}{x^2-1}$  sont -1 et 1.  
 e)  $\sqrt{\frac{1}{x^2+1}}$  est une expression rationnelle.

**66** Parmi les expressions suivantes, reconnaître les expressions rationnelles et trouver alors leur(s) valeur(s) interdite(s) :

- a)  $\frac{3x-1}{x-1}$  ;      b)  $\frac{2x^2-4x+1}{3}$  ;      c)  $\frac{x^2-1}{4x}$  ;  
 d)  $\frac{2}{x} - \frac{1}{x+1}$  ;      e)  $3 - \frac{5x}{2} + \frac{1}{2x}$  ;      f)  $\frac{x-1}{-2-x}$ .

**67** Parmi les expressions suivantes, reconnaître les expressions rationnelles et trouver alors leur(s) valeur(s) interdite(s) :

- a)  $\frac{2x-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$  ;      b)  $\frac{(5x-1)(x+4)}{2x}$  ;      c)  $\frac{x^2-1}{x+\pi}$  ;  
 d)  $\frac{2\sqrt{2}+4}{x-\sqrt{2}}$  ;      e)  $4-x+\frac{3}{4x}$  ;      f)  $\frac{5-2x}{x^2-2x}$ .

**68** Vrai ou faux ? Justifier la réponse.

- a) Le dénominateur commun de  $\frac{1}{x} + \frac{2}{x+1}$  est  $x+1$ .  
 b) Le dénominateur commun de  $\frac{2}{3x} + \frac{4x-1}{x+2} - \frac{4}{x}$  est  $3x(x+2)$ .  
 c) Le dénominateur commun de  $\frac{1}{4x} + \frac{x+3}{x^2-x} + 2$  est  $4x(x-1)$ .  
 d) Le dénominateur commun de  $\frac{1}{2x} - \frac{x}{2x-1}$  est  $2x-1$ .

## 2. Applications directes

**69** Réduire au même dénominateur et écrire sous forme d'un quotient. Ne pas oublier de donner les valeurs interdites.

$$A(x) = \frac{3x-1}{3x} - \frac{1}{x} + \frac{2-x}{x+3};$$

$$B(x) = \frac{x-1}{x+1} + \frac{3x+2}{x} - 4.$$

**70** Réduire au même dénominateur et écrire sous forme d'un quotient. Préciser les valeurs interdites.

1° a)  $3x-1 - \frac{2}{x+1}$  ;      b)  $\frac{2}{3x} - \frac{1}{3}$ .

2° a)  $\frac{5}{4}x - \frac{3(x+3)}{4x}$  ;      b)  $-5 + \frac{4}{x-2}$ .

3° a)  $\frac{2}{x} - \frac{2-x}{2x} + \frac{1}{2}$  ;      b)  $3 - \frac{x+4}{x-1} + x$ .

**71** Même exercice.

a)  $\frac{2x}{3} - \frac{3}{2x}$  ;

b)  $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2} + x$  ;

c)  $\frac{5x-1}{3} - \frac{2x-4}{x}$  ;

d)  $\frac{x}{x+1} - \frac{3x-1}{2} - 3$  ;

e)  $\frac{1}{3} - \frac{x}{2} + \frac{3}{2x}$  ;

f)  $\frac{2+x^2}{3x} - \frac{x-1}{3} + \frac{1}{x}$ .

**72** Même exercice.

1° a)  $\frac{4x-1}{2x+1} - \frac{2x}{x-3}$  ;

b)  $\frac{5}{3x} - \frac{2x-1}{x+1} + 2$ .

2° a)  $\frac{1}{3} - \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1}$  ;

b)  $\frac{5}{x} - \frac{2}{x+2} - \frac{3}{x-2}$ .