Fiche méthode : exercices de base

24 corrigé dans le livre

31

26 La suite u est arithmétique de raison -2 et $u_0 = 35$.

a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

b) Exprimer u_n en fonction de n. Calculer u_{12}.

a) La forme récurrente d'une suite arithmétique est $U_{n+1} = U_n + r$

on a donc $U_{n+1} = U_n - 2$

b) La forme explicite d'une suite arithmétique de 1er terme U_0 et de raison r est :

$$U_n = U_0 + n \times r$$

on a donc $U_n = 35 - 2n$

pour $n = 12$:

$$U_{12} = 35 - 2 \times 12 = 11$$

37 Les suites u définies ci-dessous sont-elles géométriques ?

a) Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = 3 \times 0{,}2^n$.

b) Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = n + 3$.

c) Pour tout n de $\mathbb{N}$, $u_n = (-1)^n$.

Quand on ne connaît pas la forme explicite d'une suite géométrique, on peut conjecturer ou alors, on met en évidence la forme récurrente vue dans la 1re capsule vidéo. $U_{n+1} = q \times U_n$

Conjectures

a) $U_0 = 3 \times 0{,}2^0 = 3 \times 1 = 3$ $\xrightarrow{\times 0{,}2}$

$U_1 = 3 \times 0{,}2 = 0{,}6 = U_0 \times 0{,}2$ $\xrightarrow{\times 0{,}2}$

$U_2 = 3 \times 0{,}2^2 = 3 \times 0{,}2 \times 0{,}2 = U_1 \times 0{,}2$ $\xrightarrow{\times 0{,}2}$

$U_3 = 3 \times 0{,}2^3 = 3 \times 0{,}2^2 \times 0{,}2 = U_2 \times 0{,}2$

Preuves

$U_{n+1} = 3 \times 0{,}2^{n+1}$

$= \underbrace{3 \times 0{,}2^n}_{} \times 0{,}2$

$= U_n \times q$

avec $q = 0{,}2$

donc (U_n) est géométrique de raison $q = 0{,}2$ et de premier terme $U_0 = 3$

On pouvait aussi reconnaître la forme explicite du type $U_n = U_0 \times q^n$ avec $U_0 = 3$ et $q = 0{,}2$

b) $U_n = n+3$: c'est une forme explicite du type $U_n = U_0 + n \times 1$ avec $U_0 = 3$ et $r = 1$
qui caractérise une suite arithmétique de 1er terme $U_0 = 3$ et de raison 1.

c) $U_n = (-1)^n$: c'est une forme explicite du type $U_n = U_0 \times q^n$ avec $U_0 = 1$ et $q = -1$
caractéristique d'une suite géométrique de 1er terme $U_0 = 1$ et de raison $q = -1$.

38 La suite u, à termes non nuls, est définie par $u_0 = -1$ et, pour tout n de $\mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1} - u_n}{u_n} = 3$.

a) Démontrer que u est une suite géométrique.

b) Représenter graphiquement les premiers termes de la suite u à l'écran de la calculatrice.

b) Voir fiche méthode page 131

a) pour démontrer que U est géométrique il faut mettre en évidence que la forme récurrente est de la forme $U_{n+1} = q \times U_n$

or ici on a $\dfrac{U_{n+1} - U_n}{U_n} = \dfrac{3}{1}$

propriété : des quotients sont égaux si et seulement si les produits en croix sont égaux.

$(U_{n+1} - U_n) \times 1 = 3 \times U_n$

$\Leftrightarrow U_{n+1} - U_n = 3U_n$

$\Leftrightarrow U_{n+1} = 3U_n + U_n$

$\Leftrightarrow U_{n+1} = 4U_n$ de la forme $U_{n+1} = q \times U_n$ avec $q = 4$

ce qui prouve que (U_n) est géométrique de raison $q = 4$ et de 1er terme $U_0 = -1$

39 v est la suite définie pour tout n de $\mathbb{N}$ par :

$$v_n = 3^{n+1} - 1$$

a) Calculer v_0, v_1 et v_2.

b) La suite v est-elle géométrique ?

a) $V_0 = 3^1 - 1 = 2$

$V_1 = 3^2 - 1 = 8$ $\times 4$

$V_2 = 3^3 - 1 = 26$ $\times \frac{13}{4} \neq 4$

Non ! Preuve :

b) Dans une suite géométrique, on passe d'un terme au suivant on multipliant toujours par une même quantité appelée raison de la suite. Ici ce n'est pas le cas

Méthode algébrique : la forme explicite d'une suite géométrique est

$$V_n = V_0 \times q^n$$

ici on a $V_n = 3^{n+1} - 1$

$$= 3 \times 3^n - 1$$

ok ok Ceci fait que l'expression n'est pas conforme.