

4) Equation $x^2 = k$

a) Résolution algébrique

- si $k < 0$: $x^2 = k$ impossible car un carré est toujours positif ou nul
- si $k = 0$: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x \times x = 0$ d'après la règle du produit nul
 $x = 0$ ou $x = 0$
- si $k > 0$: comme $k > 0$, k peut s'écrire sous la forme $(\sqrt{k})^2$

l'équation $x^2 = k$ équivaut à $x^2 = (\sqrt{k})^2$

$$\Leftrightarrow x^2 - (\sqrt{k})^2 = 0 \quad \text{identité remarquable}$$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

D'après la règle du produit nul : on a $(x - \sqrt{k})(x + \sqrt{k}) = 0$ ou $x - \sqrt{k} = 0$ ou $x + \sqrt{k} = 0$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{k} \quad x = -\sqrt{k}$$

Exemple : $x^2 = 5$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{5} \quad \text{ou} \quad x = -\sqrt{5} \quad \mathcal{S} = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$$

b) résolution graphique :

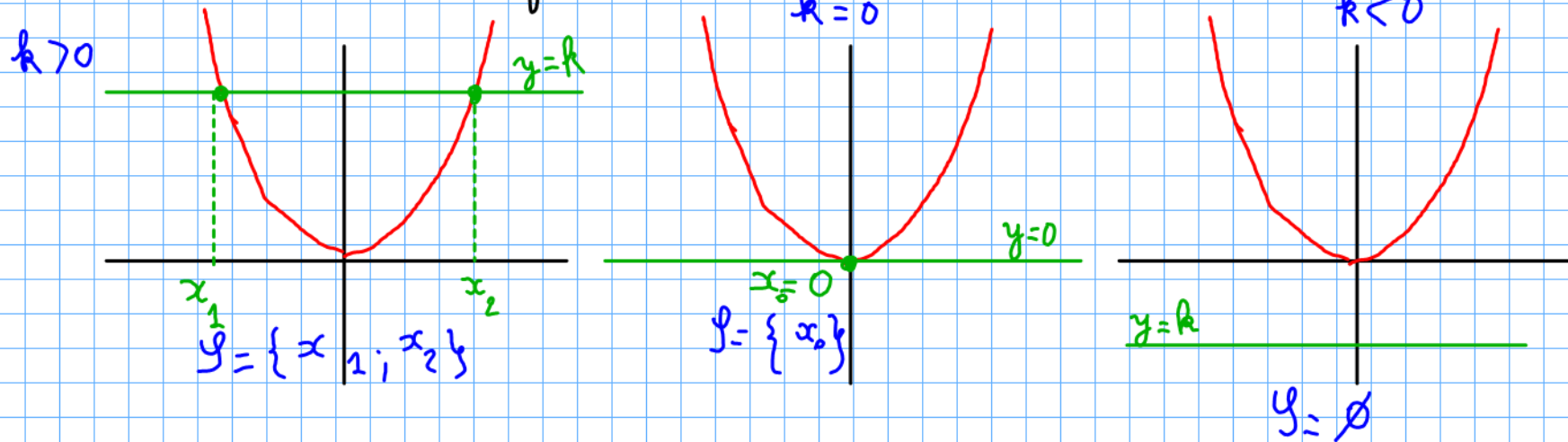
★ La fonction carré

La fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$ est appelée **fonction carré**; sa représentation graphique dans un repère est appelé **parabole**.

★ Résoudre l'équation $f(x) = k$ graphiquement

cela revient à déterminer les abscisses des points d'intersection de \mathcal{C}_f avec la droite horizontale d'équation $y = k$.

• Plusieurs cas selon le signe de k :



2) Equation se ramenant à $X^2 = k$

exemple: Résoudre $(x-8)^2 = 9$

2 méthodes:

① on pose $X = (x-8)$, on obtient

$$\text{alors } X^2 = 9$$

$$\Leftrightarrow X = \sqrt{9} \text{ ou } X = -\sqrt{9}$$

$$\Leftrightarrow X = 3 \text{ ou } X = -3$$

$$\Leftrightarrow x - 8 = 3 \quad x - 8 = -3$$

$$\Leftrightarrow x = 3 + 8 \quad x = -3 + 8$$

$$\Leftrightarrow x = 11 \quad x = 5$$

$$\mathcal{S} = \{5; 11\}$$

② on transpose pour obtenir une équation dont le second membre est égal à zéro

$$\text{on obtient } (x-8)^2 - 9 = 0$$

on reconnaît une I.R. $a^2 - b^2 = 0$

$$\text{avec } a^2 = (x-8)^2 \quad a = (x-8)$$

$$b^2 = 9 \quad b = 3$$

on factorise en $(a-b)(a+b) = 0$

$$[(x-8)-3][(x-8)+3] = 0$$

on réduit: $(x-8-3)(x-8+3) = 0$

on applique la règle du produit nul:

$$x - 11 = 0 \quad \text{ou} \quad x - 5 = 0$$

$$x = 11 \quad x = 5$$

$$\mathcal{S} = \{5; 11\}$$