

# 2

# Suites arithmétiques

## A

## Activités

### Activité 1 La dune

#### ■ Etude d'un exemple

Une dune mesurait 100 mètres de large en 2010. Une équipe de scientifique constate que chaque année la largeur de cette dune diminue de 1,5 m sous l'effet de l'érosion (due au vent, aux vagues et à l'homme).

On note  $(u_n)$  la largeur de la dune en  $(2010+n)$ . Ainsi,  $u_0$  représente la largeur de la dune en 2010 et vaut 100.

- 1 a) Que représente  $u_1$  ? Calculer la valeur de  $u_1$  .  
b) Que représente  $u_2$  ? Calculer la valeur de  $u_2$  .
- 2 Que représente  $u_{15}$  ? Déterminer  $u_{15}$  .
- 3 La dune joue un rôle important : elle protège les polders des risques d'inondation et intervient dans la gestion de la qualité des eaux.

Les scientifiques estiment qu'en dessous de 30 m de large, la dune ne peut plus assurer ce rôle en cas de phénomènes exceptionnels (tempête notamment). Les autorités prévoient de ralentir l'érosion par des plantations d'oyats (plantes) et la mise en place de (barrières) dès que la dune atteindra 45 m de large.

En quelle année, au plus tard, devra-t-on intervenir ?

#### ■ Généralisation

La suite définie précédemment est une suite arithmétique. Nous allons dégager quelques propriétés de ce type de suite.

- 1 a) Compléter le schéma ci-dessous :

$$\begin{array}{ccccccc} 100 & \xrightarrow{-1,5} & 98,5 & \xrightarrow{\dots} & \dots & \xrightarrow{\dots} & \dots \\ (u_0) & & (u_1) & & (\dots) & & (\dots) \end{array}$$

- b) Compléter :

$$u_1 = u_0 + \dots$$

$$u_2 = u_1 + \dots$$

$$u_3 = u_2 + \dots$$

c) Compléter :

$$u_0 \xrightarrow{-1,5} u_1 \xrightarrow{\dots} \dots \xrightarrow{\dots} \dots \quad \}} \quad u_{n-1} \xrightarrow{\dots} u_n \xrightarrow{\dots} u_{n+1}$$

Généralisation :  $u_{n+1} = u_n + \dots$

ce nombre est appelé la raison de la suite ( $u_n$ )

2 a) Compléter le schéma ci-dessous :

$$u_0 \xrightarrow{-1,5} u_1 \xrightarrow{\dots} u_2 \xrightarrow{\dots} u_3$$

b) Compléter :

$$u_3 = u_0 + \dots$$

c) Compléter :

$$u_0 \xrightarrow{-1,5} u_1 \xrightarrow{\dots} u_2 \xrightarrow{\dots} u_3 \quad \}} \quad u_{n-1} \xrightarrow{\dots} u_n$$

Généralisation :  $u_n = u_0 + \dots$

## Activité 2 Représentation graphique et sens de variation

Soient les suites ( $u_n$ ) et ( $v_n$ ) définies par récurrence par :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} v_0 = -2 \\ v_{n+1} = v_n - 0,5 \end{cases}$$

1 Compléter le tableau suivant :

$n$	0	1	2	3	4	5
$u_n$						
$v_n$						

2 Effectuer les calculs suivants :

$$\begin{array}{ll} u_1 - u_0 = \dots & v_1 - v_0 = \dots \\ u_2 - u_1 = \dots & v_2 - v_1 = \dots \\ u_3 - u_2 = \dots & v_3 - v_2 = \dots \\ u_4 - u_3 = \dots & v_4 - v_3 = \dots \\ u_5 - u_4 = \dots & v_5 - v_4 = \dots \\ u_{n+1} - u_n = \dots & v_{n+1} - v_n = \dots \end{array}$$

Que constatez-vous ?

On dit que la **variation absolue** entre deux termes consécutifs de la suite est constante.

- ③ Dans un repère, représenter graphiquement les points M de coordonnées  $(n; u_n)$  associés à la suite  $u$  et les points P de coordonnées  $(n; v_n)$  associés à la suite  $v$ .

Que constatez-vous ?

## B

## Cours

### ① Définition

#### ■ Définition

Une **suite** est **arithmétique** si l'on passe d'un terme au suivant en ajoutant toujours le même nombre  $r$ , appelé **raison de la suite** :

pour tout entier naturel  $n$ ,  $u_{n+1} = u_n + r$  où  $r$  est la raison de la suite.

#### Remarque

Une suite arithmétique est définie par une formule de récurrence. La variation absolue entre deux termes consécutifs d'une suite arithmétique est constante égale à  $r$  :  $u_{n+1} - u_n = r$

#### Schéma

$$u_0 \xrightarrow{+r} u_1 \xrightarrow{+r} u_2 \dots u_{n-1} \xrightarrow{+r} u_n \xrightarrow{+r} u_{n+1}$$

► Exemple 5 Soit  $u$  une suite arithmétique de premier terme  $u_0 = 5$  et telle que  $u_{n+1} = u_n - 2$

① Calculer  $u_1$  et  $u_2$ .

② Quelle est la raison de cette suite ?

► Solution ① D'après la formule de récurrence,

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 - 2 & u_2 &= u_1 - 2 \\ &= 5 - 2 & \text{et} & \quad = 3 - 2 \\ &= 3 & & \quad = 1 \end{aligned}$$

② Comme  $u_{n+1} - u_n = -2$ , cette suite arithmétique a pour raison  $-2$ .