## ❷ Formule explicite

**Propriété 1**

Soit $u$ une suite arithmétique de raison $r$.

Pour tous entiers naturels $n$ et $p$, $u_n = u_p + (n-p) \times r$

En particulier, $u_n = u_0 + n \times r$ et $u_n = u_1 + (n-1) \times r$

▶ **Exemple 6** Soit $u$ une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 2,5.

Calculer $u_{20}$ .

▶ **Solution** Comme $u$ est une suite arithmétique, on a $u_n = u_0 + n \times r$ avec $u_0 = 5$ et $r = 2{,}5$.

Donc :

$$\begin{aligned} u_{20} &= 5 + 20 \times 2{,}5 \\ &= 5 + 50 \\ &= 55 \end{aligned}$$

## ❸ Représentation graphique et sens de variation

**Propriété 2**

Soit $u$ une suite arithmétique de raison $r$.

Dans un repère du plan, les points de coordonnées $(n;u_n)$ associés à cette suite sont alignés.

**Remarque**

Pour une suite arithmétique, on parle alors d'évolution linéaire.

**Propriété 3**

Soit une suite arithmétique de raison $r$.

Si $r > 0$, la suite arithmétique est strictement croissante.

Si $r < 0$, la suite arithmétique est strictement décroissante.

Si $r = 0$, la suite arithmétique est constante.

**Démonstration**

Soit $u$ une suite arithmétique de raison $r$. Pour tout entier naturel $n$, on a $u_{n+1} - u_n = r$ .

1[er] cas : $r > 0$

$u_{n+1} - u_n = r > 0$ donc, pour tout entier naturel $n$, $u_{n+1} > u_n$ et ainsi la suite $u$ est une suite strictement croissante.

2[ème] cas : $r < 0$

$u_{n+1} - u_n = r < 0$ donc, pour tout entier naturel $n$, $u_{n+1} < u_n$ et ainsi la suite $u$ est une suite strictement décroissante.

3[ème] cas : $r = 0$

$u_{n+1} - u_n = r = 0$ donc, pour tout entier naturel $n$, $u_{n+1} = u_n$ et ainsi la suite $u$ est une suite constante.

**▶ Exemple 7**

1 Soit $u$ une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et $r = -2$.

a) Calculer $u_1$ ; $u_2$ ; $u_3$ et $u_4$ .

b) Représenter graphiquement les 5 premiers termes de cette suite dans un repère.

c) Quel est le sens de variation de cette suite ?

2 Mêmes questions avec la suite arithmétique $v$ de premier terme $v_0 = 5$ et $r = 0,5$.

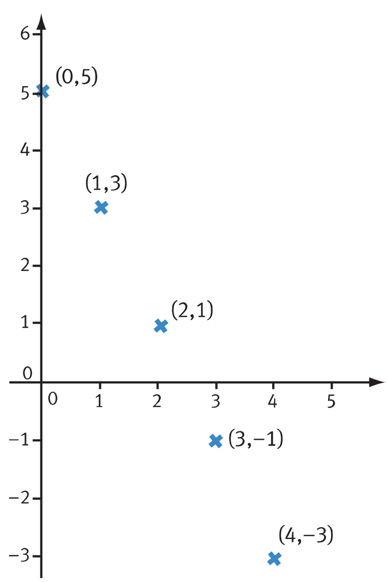
**▶ Solution**

1 a) Comme $u$ est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et $r = -2$, on a :

$$\begin{aligned} u_1 &= u_0 + r \\ &= 5 - 2 \\ &= 3 \end{aligned}.$$

De même, $\begin{aligned} u_2 &= 3-2 \\ &= 1 \end{aligned}$ ; $\begin{aligned} u_3 &= 1-2 \\ &= -1 \end{aligned}$ et $\begin{aligned} u_4 &= -1-2 \\ &= -3 \end{aligned}$.

b)



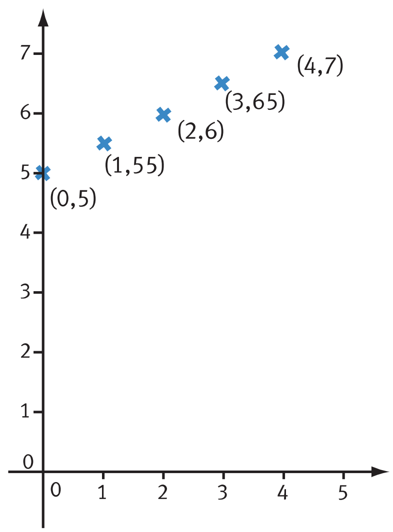

c) Comme $r = -2$, la suite $u$ est une suite strictement décroissante.

② a) Comme $v$ est une suite arithmétique de premier terme $v_0 = 5$ et $r = 0{,}5$, on a :

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 + r \\ &= 5 + 0{,}5\,. \\ &= 5{,}5 \end{aligned}$$

b) De même, $\begin{aligned} v_2 &= 5{,}5 + 0{,}5 \\ &= 6 \end{aligned}$ ; $\begin{aligned} v_3 &= 6 + 0{,}5 \\ &= 6{,}5 \end{aligned}$ et $\begin{aligned} v_4 &= 6{,}5 + 0{,}5 \\ &= 7 \end{aligned}$.

c)




d) Comme $r = 0{,}5$, la suite $v$ est une suite strictement croissante.

# C Tice

## ❶ Tableur

▶ **Exemple 8**

Soit $u$ une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 23$ et $r = -3$.

❶ Recopier la page de calculs suivante :

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Rang n | Formule de récurrence $u_n$ | Formule explicite $u_n$ | | Raison |
| 2 | 0 | 23 | 23 | | -3 |

❷ Dans la cellule B3, rentrer une formule de récurrence qui permet d'obtenir les termes de la suite $u$ par un « copier-glisser » dans la colonne B. « Copier-glisser » cette formule jusqu'à la cellule B32.

❸ Dans la cellule C3, rentrer une formule explicite qui permet d'obtenir les termes de la suite $u$ par un « copier-glisser » dans la colonne C. « Copier-glisser » cette formule jusqu'à la cellule C32.

❹ Représenter graphiquement les termes de la suite. (Utiliser les colonnes A et B).

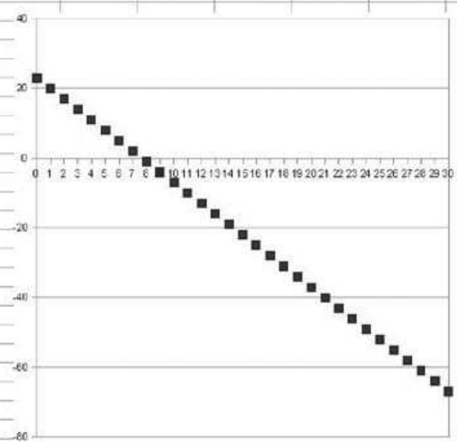
▶ **Solution**

❷ Comme $u_{n+1} = u_n + r$ , on rentre : B3=B2+E$2

❸ Comme $u_n = u_0 + n \times r$ , on rentre : C3=C$2+A3*E$2

❹

| | A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | Rang n | Formule de récurrence $u_n$ | Formule explicite $u_n$ | | Raison |
| 2 | 0 | 23 | 23 | | -3 |
| 3 | 1 | 20 | 20 | | |
| 4 | 2 | 17 | 17 | | |
| 5 | 3 | 14 | 14 | | |
| 6 | 4 | 11 | 11 | | |
| 7 | 5 | 8 | 8 | | |
| 8 | 6 | 5 | 5 | | |
| 9 | 7 | 2 | 2 | | |
| 10 | 8 | -1 | -1 | | |
| 11 | 9 | -4 | -4 | | |
| 12 | 10 | -7 | -7 | | |
| 13 | 11 | -10 | -10 | | |
| 14 | 12 | -13 | -13 | | |
| 15 | 13 | -16 | -16 | | |
| 16 | 14 | -19 | -19 | | |
| 17 | 15 | -22 | -22 | | |
| 18 | 16 | -25 | -25 | | |
| 19 | 17 | -28 | -28 | | |
| 20 | 18 | -31 | -31 | | |
| 21 | 19 | -34 | -34 | | |
| 22 | 20 | -37 | -37 | | |
| 23 | 21 | -40 | -40 | | |
| 24 | 22 | -43 | -43 | | |
| 25 | 23 | -46 | -46 | | |
| 26 | 24 | -49 | -49 | | |
| 27 | 25 | -52 | -52 | | |
| 28 | 26 | -55 | -55 | | |
| 29 | 27 | -58 | -58 | | |
| 30 | 28 | -61 | -61 | | |
| 31 | 29 | -64 | -64 | | |
| 32 | 30 | -67 | -67 | | |




**Remarque**

On obtient bien sûr les mêmes résultats dans les colonnes B et C.

## ❷ Calculatrice

Pour obtenir les termes d'une suite arithmétique à l'aide de la calculatrice, on peut utiliser la formule explicite d'une suite arithmétique et la **table de valeurs** de la calculatrice.

▶ **Exemple 9**

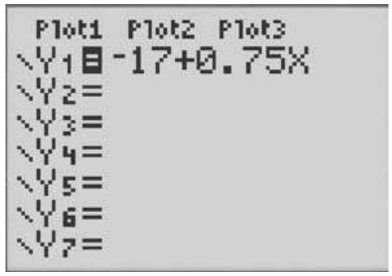
Soit $u$ une suite arithmétique de premier terme $u_0 = -17$ et de raison $r = 0,75$.
Afficher sur une calculatrice les vingt premiers termes de cette suite.

▶ **Solution**

❶ La suite $u$ est définie explicitement par $u_n = -17 + 0,75 \times n$.

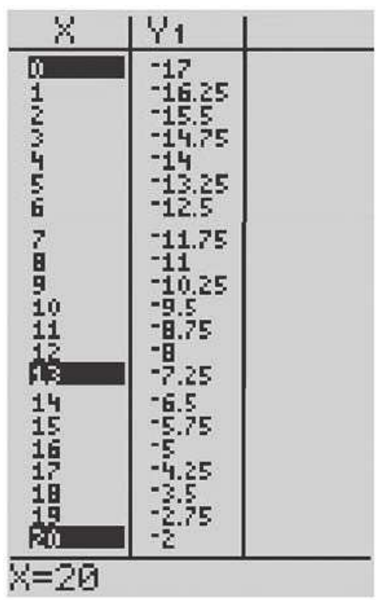
**Texas Instrument**

Renseigner « f(x) = »




Renseigner DefTable


Afficher la Table




**Casio**

Renseigner « Table – Func »


Renseigner « Table – Tabl » et afficher la Table (la faire défiler)