Un exercice type pour réviser.

(d'après l'exercice n°34 page 50)

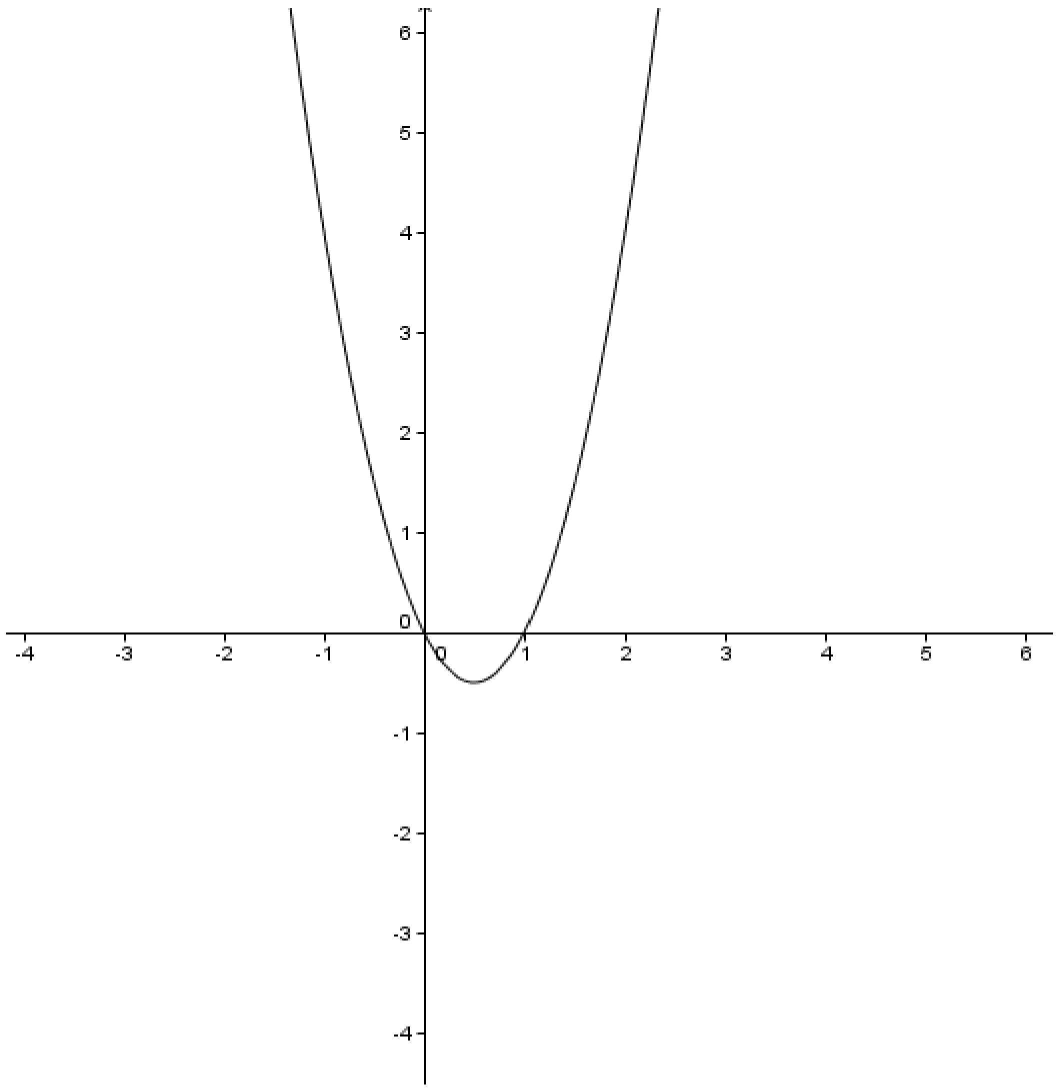
Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^2 - 2x$ et soit g la fonction définie par $g(x) = -3x + 3$.
La courbe représentative de f est donnée ci-après.

1.
   a. Montrer que $f(x) = 2x(x-1)$

   b. Par lecture graphique, déterminer les antécédents de 0 par f.

   c. Retrouver ce résultat par le calcul.

2.
   a. De quel type est la fonction g ?
   b. Tracer sa représentation graphique dans le même repère que f .
   c. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$
   d. Retrouver ce résultat par le calcul.



Un exercice type pour réviser : correction

(d'après l'exercice n°34 page 50)

Soit f la fonction définie par $f(x) = 2x^2 - 2x$ et soit g la fonction définie par $g(x) = -3x + 3$.
La courbe représentative de f est donnée ci-après.

1.
   a. Montrer que $f(x) = 2x(x-1)$

Attention, on n'écrit pas $f(x) = 2x(x-1)$ car on ne sait pas encore que *f*(*x*) peut s'écrire sous cette forme. Il faut terminer en découvrant que l'expression fournie correspond bien à *f* (*x*)

Rédaction type :

On développe l'expression fournie et on obtient :

$$\begin{aligned} 2x(x-1) &= 2x \times x - 2x \times 1 \\ &= 2x^2 - 2x \\ &= f(x) \end{aligned}$$

   b. Par lecture graphique, déterminer les antécédents de 0 par *f*.

Méthode :
Déterminer les antécédents de 0 par *f* revient à résoudre graphiquement l'équation *f* (*x*) = 0 .
Pour cela on trace la droite horizontale d'équation *y* = 0. Il y a autant de solutions (donc d'antécédents) que de points d'intersection entre la courbe et la droite.
Or la droite d'équation *y* = 0 est l'axe des abscisses.

Rédaction type :

$f(x) = 0 : S = \{0;1\}$

   c. Retrouver ce résultat par le calcul.

Méthode :
On doit donc résoudre par le calcul l'équation *f* (*x*) = 0 .
Pour l'expression algébrique de *f* (*x*) on a le choix entre deux expressions : la forme développée et la forme factorisée. L'équation va comporter des x^2 et des *x* donc on ne va pas savoir résoudre autrement qu'en essayant de se ramener à une équation PRODUIT.
Il faut donc choisir la forme factorisée.

Rédaction type :

$f(x) = 0$
$\Leftrightarrow 2x(x-1) = 0$ **C'est une équation produit.**

D'après la règle du produit nul on a :

$2x = 0$ ou $x - 1 = 0$
$\Leftrightarrow x = 0$ $\Leftrightarrow x = 1$

$f(x) = 0 : S = \{0;1\}$

2.

a. De quel type est la fonction g ?

g est une fonction affine. Sa représentation graphique dans un repère est une droite.

b. Tracer sa représentation graphique dans le même repère que f .

Méthode :
Pour tracer une droite, deux points suffisent.

Pour obtenir deux points appartenant à la droite on choisit 2 valeurs de x et on calcule leur image par la fonction g.

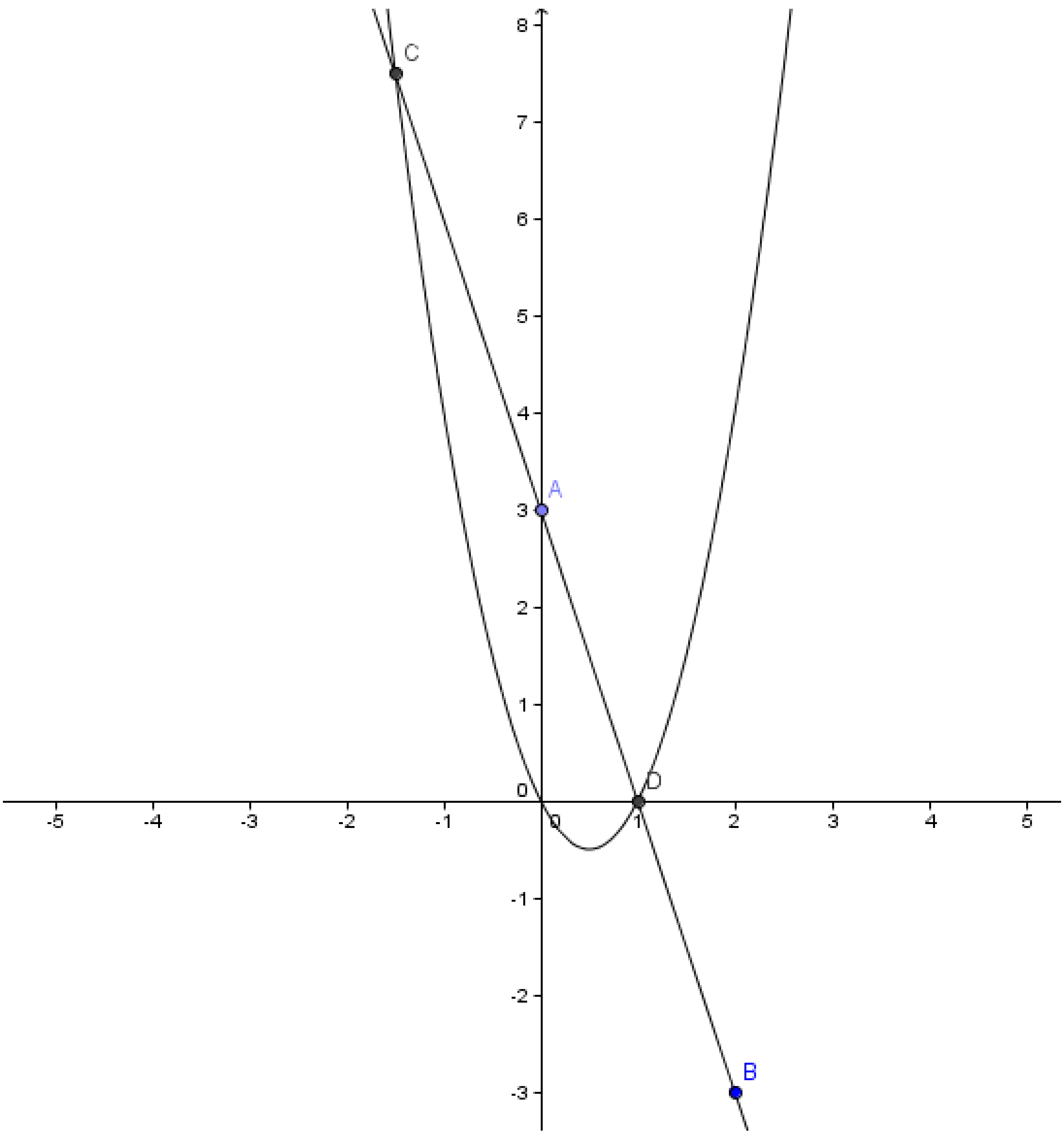
Par exemple,

Rédaction type :

Pour $x = 0$ $\quad g(0) = -3 \times 0 + 3 = 3 \quad$ donc $A(0;3) \in C_g$

Pour $x = 2$ $\quad g(2) = -3 \times 2 + 3 = -6 + 3 = -3 \quad$ donc $B(-2;-3) \in C_g$

C_g est donc la droite (AB).



c. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$

Méthode :
Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$ revient à déterminer les abscisses des points d'intersection entre la courbe C_f et la courbe C_g.

Rédaction type :

C_f et C_g se coupent en 2 points, donc l'équation $f(x)=g(x)$ admet deux solutions.
Les solutions de l'équation sont les abscisses de ces points.

Par lecture graphique on a :

$f(x)=g(x):S=\{-1,5;1\}$

d. Retrouver ce résultat par le calcul.

Méthode :
Il faut se ramener à une équation produit donc on va utiliser la forme factoriser l'expression de $f(x)$ puis, on va essayer d'obtenir un second membre nul en transposant tous les termes dans le premier membre.

$$\begin{aligned}&f(x)=g(x)\\ \Leftrightarrow\ &2x(x-1)=-3x+3\\ \Leftrightarrow\ &2x(x-1)+3x-3=0\end{aligned}$$

On n'a pas encore une équation produit bien que le second membre soit nul.
Il faut donc factoriser le premier membre. Il se présente sous la forme d'une somme de 3 termes, dont le premier terme est un produit de facteurs. Les facteurs en présence sont 2 ; x ;et $(x-1)$ donc le facteur commun est à identifier parmi ces 3 possibilités.
On remarque alors que $3x-3=3(x-1)$: on met donc en évidence que $(x-1)$ est le facteur commun.

(suite du calcul)

$$\begin{aligned}&f(x)=g(x)\\ \Leftrightarrow\ &2x(x-1)=-3x+3\\ \Leftrightarrow\ &2x(x-1)+3x-3=0\\ \Leftrightarrow\ &2x\underline{(x-1)}+3\underline{(x-1)}=0\\ \Leftrightarrow\ &\underline{(x-1)}[2x+3]=0\end{aligned}$$

Ça y est ! on a une équation produit.

D'après la règle du produit nul, on a :

$x-1=0$ ou $2x+3=0$

$\Leftrightarrow x=1$ ou $\Leftrightarrow 2x=-3$ $\Leftrightarrow x=-\dfrac{3}{2}$

$f(x)=g(x):S=\{-\dfrac{3}{2};1\}$ **(on a retrouvé les mêmes solutions que celles trouvées par lecture graphique)**