21 Soit f la fonction racine carrée.
Sans utiliser la calculatrice, montrer que $f(8) + f(32) = f(72)$.

22 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = 2\sqrt{x}$.

1. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
2. En utilisant le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et sans effectuer de calcul, donner un encadrement de $f(x)$ pour x compris entre 10 et 16.

23 Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par $f(x) = -3\sqrt{x} + 5$.

1. Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.
2. En utilisant le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ et sans effectuer de calcul, donner un encadrement de $f(x)$ pour x compris entre 2 et 3.

(21)

$$\begin{aligned} f(8)+f(32) &= \sqrt{8} + \sqrt{32} \\ &= \sqrt{8} + \sqrt{4\times 8} \\ &= \sqrt{8} + \sqrt{4}\times\sqrt{8} \\ &= \sqrt{8} + 2\sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(72) &= \sqrt{9\times 8} \\ &= \sqrt{9}\times\sqrt{8} \\ &= 3\sqrt{8} \end{aligned}$$

donc $f(8)+f(32) = f(72)$

(22) 1. soient $0 \leq x_1 \leq x_2$

alors $\sqrt{0} \leq \sqrt{x_1} \leq \sqrt{x_2}$ car la fonction racine carrée est croissante sur $[0\,;+\infty[$ | (P1)

$2\sqrt{0} \leq 2\sqrt{x_1} \leq 2\sqrt{x_2}$ car quand on multiplie chaque membre d'une inégalité par une même quantité positive on obtient une inégalité de même sens. (P2)

négative ... sens contraire

$0 \leq f(x_1) \leq f(x_2)$

f conserve l'ordre sur $[0\,;+\infty[$ donc elle est croissante sur cet intervalle.

2. $10 \leq x \leq 16$

$f(10) \leq f(x) \leq f(16)$ car f est croissante sur $[10\,;16]$. Elle conserve l'ordre.

$2\sqrt{10} \leq f(x) \leq 2\sqrt{16}$

$2\sqrt{10} \leq f(x) \leq 8$

(23) 1. Soient $0 \leq x_1 < x_2$

$\sqrt{0} \leq \sqrt{x_1} \leq \sqrt{x_2}$ (P1)

$-3\times 0 \geq -3\sqrt{x_1} \geq -3\sqrt{x_2}$ (P2)

$0+5 \geq -3\sqrt{x_1}+5 \geq -3\sqrt{x_2}+5$

$f(0) \geq f(x_1) \geq f(x_2)$

f change l'ordre sur $[0\,;+\infty[$ donc elle est décroissante sur cet intervalle.

2. $2 \leq x \leq 3$

$f(2) \geq f(x) \geq f(3)$ car f décroissante sur $[2;3]$

soit: $f(3) \leq f(x) \leq f(2)$

$-3\sqrt{3}+5 \leq f(x) \leq -3\sqrt{2}+5$