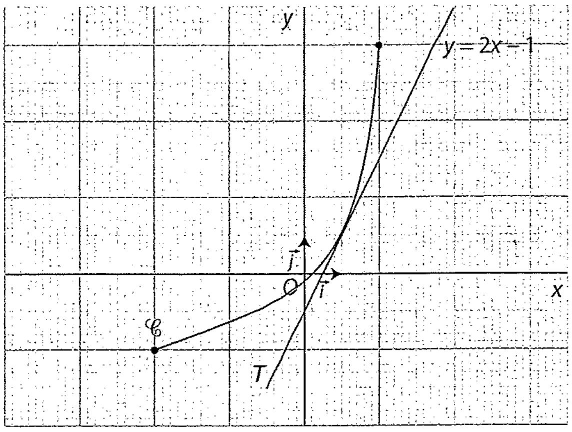
EXERCICES D'ENTRAÎNEMENT

Nombre dérivé d'une fonction en un point

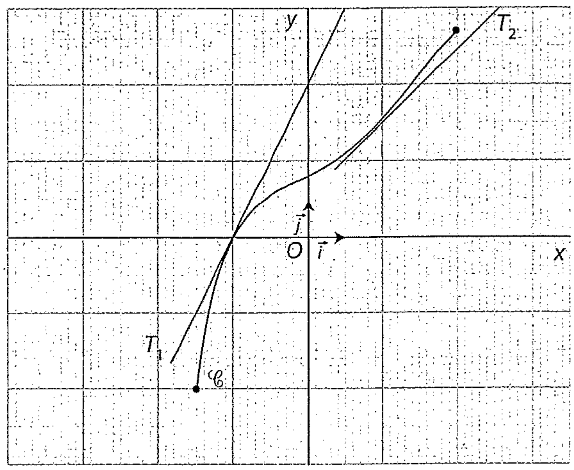
1 $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-4\,;2]$, dans le plan muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 0,5 cm).
La droite T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.
Quel est le nombre dérivé de f en 1 ?



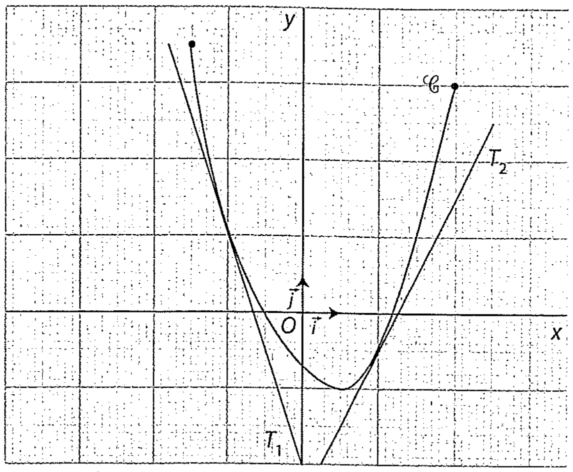
2 $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3\,;4]$, dans le plan muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 0,5 cm).
Les droites T_1 et T_2 sont respectivement les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses – 2 et 2.

1. Déterminer, à l'aide du graphique, les coefficients directeurs des droites T_1 et T_2.

2. En déduire $f'(-2)$ et $f'(2)$.



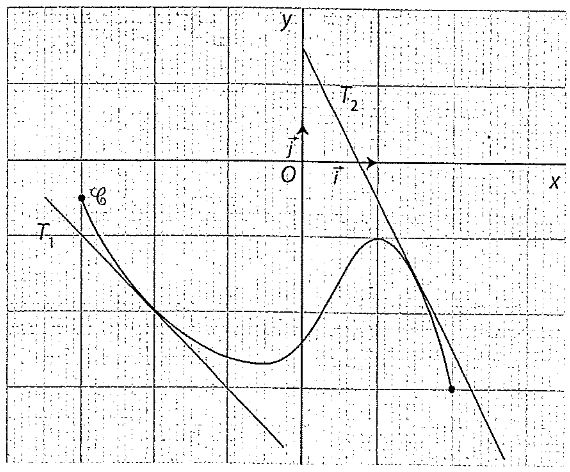
3 C $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3\,;4]$, dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 0,5 cm).
• Les droites T_1 et T_2 sont respectivement les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses – 2 et 2.
• Au point d'abscisse 1, $\mathscr{C}$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
Déterminer $f'(-2)$, $f'(1)$ et $f'(2)$.



4 Le plan est muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm sur l'axe des abscisses et 0,5 cm sur l'axe des ordonnées).
On donne un tracé de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-3\,;2]$.

• Aux points d'abscisses $-\dfrac{1}{2}$ et 1, $\mathscr{C}$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.
• T_1 est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse – 2.
• T_2 est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.

Déterminer $f'(-2)$, $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)$, $f'(1)$ et $f'\left(\dfrac{3}{2}\right)$.



CONSEIL
Attention aux unités.
Le repère est orthogonal, mais pas orthonormal.

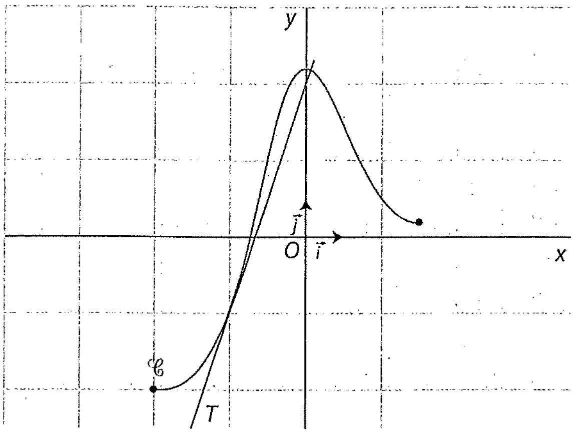
8 C Dans le plan rapporté à un repère orthonormal, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. La tangente à $\mathscr{C}$ au point $A(-1\,;3)$ passe par le point $B\left(2\,;\dfrac{1}{2}\right)$.

1. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).

2. En déduire la valeur de $f'(-1)$.

9 Le plan est rapporté à un repère orthonormal. $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point $I\left(\dfrac{1}{2}\,;2\right)$ coupe l'axe des abscisses en $x = 3$.
Quel est le nombre dérivé de f en $\dfrac{1}{2}$?

5 Le plan est rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 0,5 cm). On donne un tracé de la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $[-4\,;3]$.

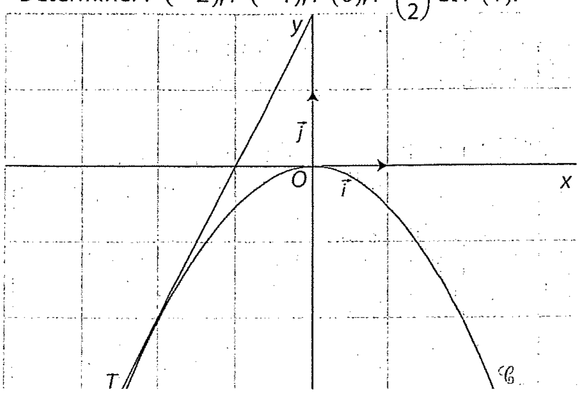


• La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 est parallèle à l'axe des abscisses.
• T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2.
• La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 passe par le point $A(4\,;-1)$.
Déterminer $f'(-2)$, $f'(0)$ et $f'(2)$.

6 $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $]-\infty\,;0[$, dans le plan muni d'un repère orthonormal.
On sait que :
• la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 a pour coefficient directeur 1 ;
• la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2 a pour équation $y=\frac{1}{4}x+1$;
• la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\frac{1}{2}$ passe par les points $A(0\,;4)$ et $B(-1\,;0)$.
Déterminer $f'(-2)$, $f'(-1)$ et $f'\left(-\frac{1}{2}\right)$.

LE SAVIEZ-VOUS ?
Si le repère du plan est orthonormal, le coefficient directeur de la tangente est aussi appelé pente de la tangente.

7 Le plan est rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 1 cm).
$\mathscr{C}$ est la courbe représentative de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-\frac{1}{2}x^2$.
• La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 a une pente nulle.
• La pente de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est -1.
• Une équation de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 est $y=x+\frac{1}{2}$.
• T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2.
• La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ passe par le point de coordonnées $\left(4\,;-\frac{15}{8}\right)$.
Déterminer $f'(-2)$, $f'(-1)$, $f'(0)$, $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ et $f'(1)$.



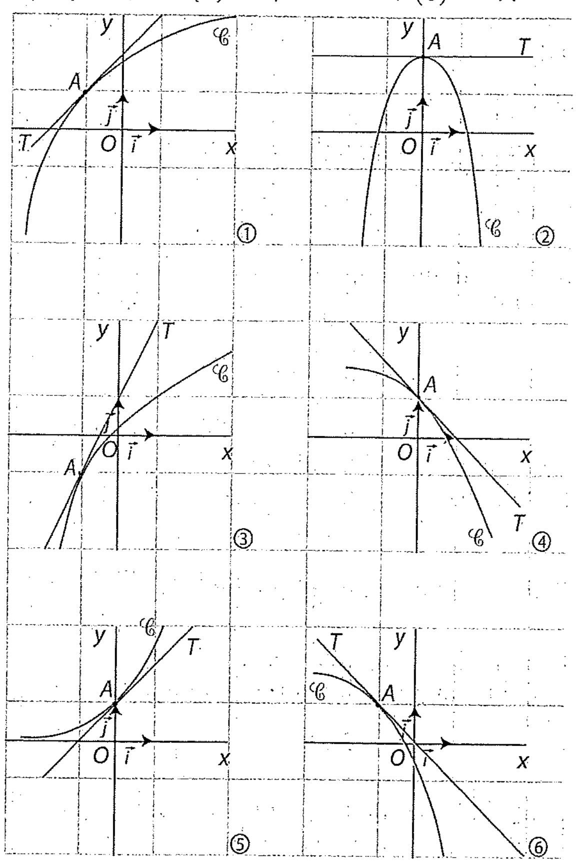
10 Le plan est muni d'un repère orthonormal. $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point de coordonnées $(3\,;-3)$ passe par l'origine du repère.
Déterminer $f'(3)$.

11 Dans le plan muni d'un repère orthonormal, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 4 passe par les points $A(0\,;-1)$ et $B(2\,;3)$.
Déterminer $f'(4)$.

12 **C** Le plan est rapporté à un repère orthonormal. $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est parallèle à la droite D d'équation $y=-x+4$.
Déterminer $f'(2)$.

13 On considère la courbe représentative $\mathscr{C}$ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$, dans le plan muni d'un repère.
La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 a pour équation $y=-\frac{1}{2}x$.
Déterminer $f'(0)$ et $f'(-1)$.

14 Dans chaque graphique, $\mathscr{C}$ désigne la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et T désigne la tangente à $\mathscr{C}$ au point A.
Associer à chacun des nombres dérivés suivants, la courbe représentative à laquelle il correspond :
$f'(0)=1$; $f'(-1)=2$; $f'(-1)=-1$;
$f'(-1)=1$; $f'(0)=0$; $f'(0)=-1$.



Tangentes à une courbe

16 Le plan est muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm).

1. Tracer avec précision la courbe représentative $\mathscr{C}$ de la fonction f définie sur $]-\infty\,;0[$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$.

2. Déterminer $f'(-1)$ et tracer sur le graphique précédent la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1.

18 C Soit f la fonction définie sur $\left[-1\,;\dfrac{5}{2}\right]$ par $f(x)=x^2$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (on prendra pour unités : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).

1. Tracer $\mathscr{C}$.

2. Tracer la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ et la tangente T_2 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.

3. Déterminer les équations réduites de T_1 et de T_2.

19 Soit f la fonction définie sur $\left[\dfrac{1}{2}\,;3\right]$ par $f(x)=\dfrac{1}{x}$; on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm).

1. Tracer $\mathscr{C}$.

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$ et celle de la tangente T_2 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2.

3. Tracer T_1 et T_2.

20

1. Tracer, sur l'écran d'une calculatrice, la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y=x^3+2x+1$.

2. On admet que l'une des trois droites suivantes est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0.

$D_1 : y=2{,}5\,x+1$; $D_2 : y=3x+1$; $D_3 : y=2x+1$.

Déterminer laquelle, après avoir tracé D_1, D_2 et D_3 sur l'écran.

> **CONSEIL**
> Choisir, sur la calculatrice, la fenêtre $x\in[-0{,}5\,;0{,}5]$ et $y\in[-0{,}5\,;2]$.

21

1. Tracer, sur l'écran d'une calculatrice, la courbe $\mathscr{C}$ d'équation $y=\dfrac{1}{x-2}$, pour $x<2$.

2. On admet que l'une des trois droites suivantes est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

$T_1 : y=-0{,}5\,x-0{,}5$;
$T_2 : y=-2{,}5\,x+2$;
$T_3 : y=-x$.

Déterminer laquelle, après avoir tracé T_1, T_2 et T_3 sur l'écran.

22 C Soit f la fonction définie sur $[0\,;5]$ par $f(x)=\sqrt{x}$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère.
Déterminer l'équation réduite de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

17 Le plan est rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 4 cm).
Soit f la fonction définie sur $[-1\,;1]$ par $f(x)=x^3$; on note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative.

1. Tracer $\mathscr{C}$.

2. Tracer, sur le même graphique, la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$.

3. Expliquer pourquoi la tangente T_2 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$ est parallèle à T_1. Tracer T_2.

23 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=-\dfrac{1}{2}x^2+2x$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère.
Déterminer l'équation réduite de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -2.

24 Soit f la fonction définie sur $[-2\,;0]$ par $f(x)=x^2$.
On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal (unités graphiques : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).

1. Tracer $\mathscr{C}$.

2. Déterminer l'équation réduite de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $-\dfrac{1}{2}$, puis la tracer.

25 Soit f la fonction définie sur $[0\,;2]$ par $f(x)=-2x^2+x-1$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. Déterminer la pente de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.

2. Déterminer l'équation réduite de T.

26 Soit f une fonction définie sur $[-3\,;3]$ et $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthonormal.
On donne le tableau suivant :

x_A	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x_A)$	-2	1	3	0	-1	-2	0
$f'(x_A)$	2	2,5	0	-3	-2	0	2

Déterminer si chacune des affirmations suivantes est vraie ou fausse.

a) L'image de -2 par f est 1.

b) Le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est -1.

c) La pente de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 2 est 0.

d) Les tangentes à $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses -3 et 2 sont parallèles.

e) La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse -1 est parallèle à l'axe des abscisses.

f) L'équation réduite de la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1 est $y=-2x-1$.

g) $\mathscr{C}$ passe par le point de coordonnées $(2\,;0)$.

h) Le nombre dérivé de f en -3 est 2.

i) La tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 0 a une pente négative.

27 Soit f une fonction définie sur $\left[-\dfrac{1}{2}\,;5\right]$, dont la courbe $\mathscr{C}$ est tracée ci-après.

T_1 est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{1}{2}$, T_2 est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 3, et T_3 est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$.