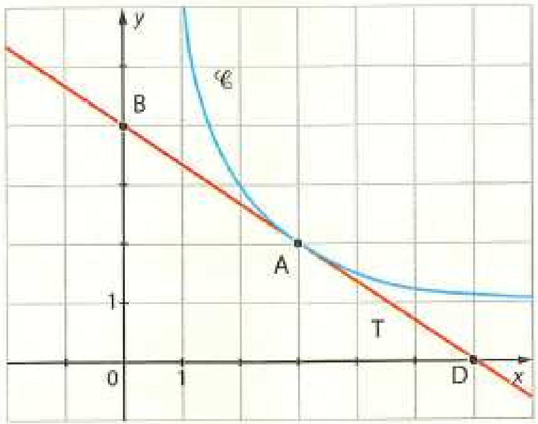
CORRECTION DU DEVOIR EN TEMPS LIBRE N°7

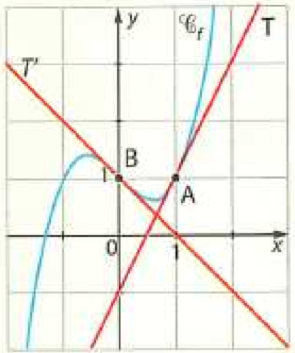
7 Sur le graphique ci-dessous, $\mathscr{C}$ est la courbe représentative d'une fonction f et la droite T est la tangente à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 3.
Lire graphiquement le nombre dérivé de f en 3.



Le nombre dérivé de f en 3, noté $f'(3)$ correspond au coefficient directeur de la droite (AD), tangente à la courbe représentative de f au point A d'abscisse $x_A = 3$.

Graphiquement, à l'aide de la méthode $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ on obtient que $f'(3) = \dfrac{-2}{3}$

8 La fonction f, définie sur $\mathbb{R}$, admet la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ ci-dessous. Les droites T et T' sont tangentes à $\mathscr{C}_f$ aux points A et B d'abscisses respectives 1 et 0.
Déterminer par lecture graphique les nombres dérivés de f en 1 et 0.



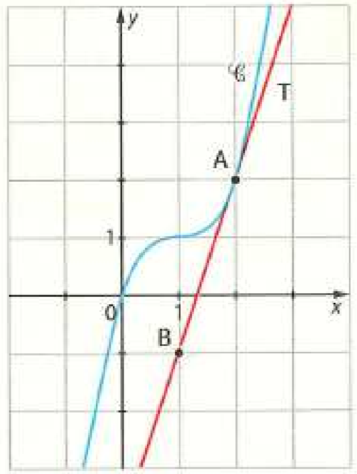
$f'(1)$ est le coefficient directeur de la droite T, tangente à la courbe au point A d'abscisse 1.

$f'(1) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 2$

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la droite T', tangente à la courbe au point B d'abscisse 0.

$f'(0) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = -1$

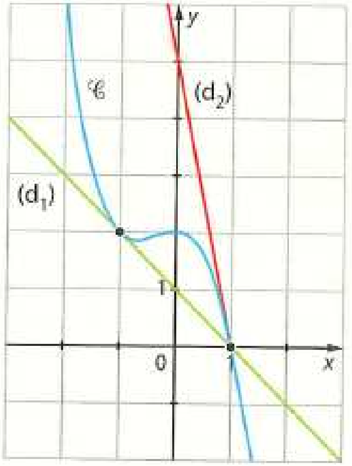
9 Sur le graphique ci-dessous, la droite T est une tangente à la courbe $\mathscr{C}$. Préciser en quel point cette droite est tangente à $\mathscr{C}$ puis déterminer par lecture graphique le coefficient directeur de cette tangente.



$f'(2)$ est le coefficient directeur de la droite T, tangente à la courbe au point A d'abscisse 2.

$f'(2) = \dfrac{\Delta y}{\Delta x} = 3$

10 Sur le graphique ci-dessous les droites (d_1) et (d_2) sont les tangentes à la courbe $\mathscr{C}$ aux points d'abscisses -1 et 1.
Déterminer par lecture graphique $f(-1)$, $f(1)$, $f'(-1)$ et $f'(1)$.



Le nombre dérivé de f en 1, noté $f'(1)$ correspond au coefficient directeur de la droite d_2, tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = 1$.

Graphiquement, à l'aide de la méthode $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ on obtient que $f'(1) = -5$

L'image de 1, notée $f(1)$ correspond à l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $x = 1$.

Graphiquement, on lit que $f(1)= 0$.

Le nombre dérivé de f en -1, noté $f'(-1)$ correspond au coefficient directeur de la droite d_1, tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse $x = -1$.

Graphiquement, à l'aide de la méthode $\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$ on obtient que $f'(-1) = -1$

L'image de -1, notée $f(-1)$ correspond à l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse $x =- 1$.

Graphiquement, on lit que $f(-1)= 2$.

Tangente à une courbe

55 Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentant une fonction f en A(1 ; 3), sachant que le coefficient directeur de cette tangente est 2.

La tangente à la courbe au point A de coordonnées A(1 ;3) une équation réduite de la forme

$y = mx + p$ avec m = 2.

Déterminons p à l'aide d'un point :
Le point A appartient à la tangente, donc ses coordonnées vérifient l'équation de la droite.

Ainsi : $y_A = mx_A + p$ soit : 3 = 2 x 1 + p
3 = 2 + p
D'où p = 1

La tangente à la courbe au point A a pour équation $y = 2x + 1$

---

18 Soit f la fonction définie sur $\left[-1\,;\frac{5}{2}\right]$ par $f(x) = x^2$. On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans le plan rapporté à un repère orthogonal (on prendra pour unités : 2 cm en abscisse et 1 cm en ordonnée).

1. Tracer $\mathscr{C}$.

2. Tracer la tangente T_1 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{1}{2}$ et la tangente T_2 à $\mathscr{C}$ au point d'abscisse $\frac{3}{2}$.

3. Déterminer les équations réduites de T_1 et de T_2.

On détermine le coefficient directeur m des tangentes en a à l'aide de la limite du taux d'accroissement. Ensuite, on remplace a par la valeur souhaitée, à savoir a= $\frac{1}{2}$ pour T_1 et a= $\frac{3}{2}$ pour T_2

$\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h} = 2a+h$; $f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} 2a+h = 2a$. On en déduit que m_1= $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ et m_2 $f'\left(\frac{3}{2}\right) = 3$

De plus $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}$ $f\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{9}{4}$. Les points $A\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4}\right)$ et $B\left(\frac{3}{2};\frac{9}{4}\right)$ sont respectivement des points de T_1 et de T_2, donc leurs coordonnées vérifient respectivement l'équation de T_1 et de T_2 .
On détermine p1 avec le point A et p2 avec le point B.

On obtient : $\frac{1}{4} = 1\text{x}\frac{1}{2} + p_1$ donc $p_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}$ $\quad T_1 : y = x - \frac{1}{4}$

de même, $\frac{9}{4} = 3\text{x}\frac{3}{2} + p_2$ donc $p_2 = \frac{9}{4} - \frac{9}{2} = -\frac{9}{4}$ $\quad T_2 : y = 3x - \frac{9}{4}$