FICHE DE CORRECTION D'EXERCICES
ECHANTILLONNAGE

Exercice 10

Une urne contient un grand nombre des boules rouges et des boules blanches.
Sans les compter, on souhaiterait connaître la proportion p de boules rouges.
Pour cela, on effectue 100 tirages avec remise dans cette urne. On obtient 41 boules rouges.
Estimez p à l'aide de l'intervalle de confiance au niveau 0,95.

Solution :

On souhaite donner une estimation d'une proportion théorique, on effectue donc un sondage sur un échantillon de taille $n =$ 100. On obtient une fréquence observée $f_{obs} = 0,41$.

L'estimation de p s'effectue à l'aide de l'intervalle de confiance. Pas d'hésitation puisque l'énoncé donne clairement la méthode !

$$I_c = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$I_c = \left[0,41 - \frac{1}{\sqrt{100}} ; 0,41 + \frac{1}{\sqrt{100}} \right] = [0,31 ; 0,51]$. Cela signifie qu'on peut estimer avec un risque de se tromper inférieur à 5%, que la proportion de boules rouges dans l'urne est comprise entre 31% et 51%.

Exercice 11

On effectue un sondage auprès de 800 personnes pour leur demander leur intention de vote aux prochaines élections. 54% d'entre elles déclarent de façon ferme vouloir voter pour le candidat A.
Le candidat A peut-il espérer être élu ?

Solution :

On souhaite donner une estimation d'une proportion théorique, on effectue donc un sondage sur un échantillon de taille $n =$ 800. On obtient une fréquence observée $f_{obs} = 0,54$.

L'estimation de p s'effectue à l'aide de l'intervalle de confiance. C'est le même exercice que celui du cours !

$$I_c = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$I_c = \left[0,54 - \frac{1}{\sqrt{800}} ; 0,54 + \frac{1}{\sqrt{800}} \right] = [0,505 ; 0,575]$. Cela signifie qu'on peut estimer avec un risque de se tromper inférieur à 5%, que le pourcentage théorique de votes en faveur de ce candidat sera supérieur ou égal à 50,5%. Le candidat a de bonnes chances d'être élu.

Exercice 12

Le conseil municipal d'une commune organise un sondage effectué au hasard sur 400 personnes pour leur demander s'ils sont favorables à de nouveaux investissements de voirie. 235 personnes donnent un avis favorables.
Donner un intervalle de confiance au seuil de 95% de la proportion p des personnes favorables aux investissements de voirie. Que peut conclure le conseil municipal ?

Solution :

On souhaite donner une estimation d'une proportion théorique, on effectue donc un sondage sur un échantillon de taille $n =$ 400. On obtient une fréquence observée $f_{obs} = \frac{234}{400} = 0,5875$.

L'estimation de p s'effectue à l'aide de l'intervalle de confiance.

$$I_c = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$I_c = \left[0,5875 - \frac{1}{\sqrt{400}} ; 0,5875 + \frac{1}{\sqrt{400}}\right] = [0,5375; 0,6375]$. Cela signifie qu'on peut estimer avec une fiabilité supérieure ou égale à 95%, que le pourcentage théorique de votes en faveur de ce candidat sera supérieur ou égal à 53,75%. Le conseil municipal peut donc considérer que la population est favorable aux investissements de voirie.

Exercice 13
Pour mesurer l'audience d'une émission télévisée (audimat), on installe des appareils électroniques chez certains téléspectateurs.
Une chaîne de télévision a mesuré à partir de 1000 appareils et a relevé une audience de 31% sur le créneau 19/20h.
Donner une fourchette de l'audimat p sur ce créneau au seuil de 95%.

Solution :
On souhaite donner une estimation d'une proportion théorique, on effectue donc un sondage sur un échantillon de taille $n =$ 1000. On obtient une fréquence observée $f_{obs} = 0,31$.

L'estimation de *p* s'effectue à l'aide de l'intervalle de confiance.

$$I_c = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$$

$I_c = \left[0,31 - \frac{1}{\sqrt{1000}} ; 0,31 + \frac{1}{\sqrt{1000}}\right] = [0,278; 0,342]$. Cela signifie qu'on peut estimer avec une fiabilité supérieure ou égale à 95%, que la part de marché remportée par cette émission se situe dans une fourchette de 27,8% à 34,2%.

Exercice 14
On veut estimer la proportion p de jeunes de 10 à 15 ans disposant d'un forfait mobile. On sait que p est compris entre 50% et 70%.
Quelle doit être la taille minimale de l'échantillon pour obtenir un résultat avec une précision de 1% au seuil de 0,95. Une telle enquête est-elle envisageable ?

Solution :
On souhaite donner une estimation d'une proportion théorique, on effectue donc un sondage sur un échantillon de taille n dont la taille est à déterminer. On obtient une fréquence observée f_{obs} .
Comme *p* est bien compris entre 0,2 et 0,8 c'est-à-dire entre 20% et 80% (*l'énoncé dit que p est compris entre 50% et 70%*), l'estimation de *p* s'effectue à l'aide de l'intervalle de confiance.

$I_c = \left[f_{obs} - \frac{1}{\sqrt{n}} ; f_{obs} + \frac{1}{\sqrt{n}} \right]$ La précision de cette intervalle de confiance est donc de $^{+}/_{-}$ $\frac{1}{\sqrt{n}}$ par rapport à f_{obs}.

Pour obtenir une précision de $^{+}/_{-}$ 1%, on doit donc avoir $\frac{1}{\sqrt{n}} = \frac{1}{100}$

(en passant à l'inverse) ………… $\sqrt{n} = 100$
(en élevant au carré) ………… $\left(\sqrt{n}\right)^2 = 100^2$
………… $n = 10\,000$

Pour obtenir une précision à 1% près, on doit faire porter l'enquête sur un échantillon de taille supérieure ou égale à 10 000.