

Exercice 7

Le quadrilatère ABCD est-il un parallélogramme ?

a) $A(-1; 3); B(-3; -2); C(1; -1); D(3; 4)$

b) $A(-3; 2); B(3; 0); C(2; -4); D(-5; -2)$

a) voir cahier

$$b) \vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 - (-3) \\ 0 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 - (-5) \\ -4 - (-2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$\vec{AB} \neq \vec{DC}$ donc ABCD n'est pas un parallélogramme.

Exercice 9

On considère les points $A(2; 1)$, $B(-2; 3)$ et $C(-1; -1)$.
Déterminer les coordonnées du point M tel que $\vec{BM} = \vec{CA} + \vec{BA}$.

2 vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales.

Posons $M(x; y)$ $\vec{BM} \begin{pmatrix} x - x_B \\ y - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + 2 \\ y - 3 \end{pmatrix}$

$$\vec{CA} \begin{pmatrix} x_A - x_C \\ y_A - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \vec{BA} \begin{pmatrix} x_A - x_B \\ y_A - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\vec{CA} + \vec{BA} = \begin{pmatrix} 3 + 4 \\ 2 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{BM} = \vec{CA} + \vec{BA} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 7 \\ y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow M(5; 3)$$

Exercice 8

1/ On considère les points $A(1; 3)$, $B(2; 1)$, $C(3; 5)$.
Déterminer les coordonnées du point M tel que $\vec{AM} = \vec{BC}$.

2/ Même question avec $A(6; 3)$, $B(-5; -7)$, $C(4; 5)$.

1) voir cahier

2) Posons $M(x; y)$ $\vec{AM} \begin{pmatrix} x - x_A \\ y - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x - 6 \\ y - 3 \end{pmatrix}$

$$\vec{BC} \begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - (-5) \\ 5 - (-7) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 12 \end{pmatrix}$$

2 vecteurs sont égaux si et seulement si leurs coordonnées sont égales

$$\vec{AM} = \vec{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 6 = 9 \\ y - 3 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 9 + 6 \\ y = 12 + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15 \\ y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow M(15; 15)$$

Exercice 10

Déterminer les coordonnées du milieu I de [AB] dans les cas suivants :

a) $A(1; 4)$ et $B(3; 2)$

b) $A(-1; 3)$ et $B(5; 2)$

c) $A(-2; -3)$ et $B(-3; 3)$.

$$I \left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

a) $I(2; 3)$ b) $I(2; 2,5)$

c) $I(-2,5; 0)$

Exercice 11

On considère les points $A(-3; 4)$ et $I(2; -4)$

Déterminer les coordonnées de B tel que I soit le milieu de [AB].

$$x_I = \frac{x_A + x_B}{2}$$

$$y_I = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2x_I = x_A + x_B$$

$$\Leftrightarrow 2y_I = y_A + y_B$$

$$\Leftrightarrow x_B = 2x_I - x_A = 7$$

donc $B(7; 12)$

$$\Leftrightarrow y_B = 2y_I - y_A = -12$$