

## Rejeter ou non une hypothèse

Un laboratoire annonce qu'un médicament sauve 40 % des patients atteints d'une maladie rare.

Pour contrôler cette affirmation, on le teste sur 100 patients atteints de cette maladie.

Soit  $X$  le nombre de malades sauvés par ce médicament dans un échantillon aléatoire de malades et assimilé à un tirage avec remise de taille 100.

1. Quelle loi suit  $X$  ?
2. Déterminer les plus petits entiers  $a$  et  $b$  tel que  $P(X \leq a) > 0,025$  et  $P(X \leq b) \geq 0,975$ .
3. Énoncer la règle de décision permettant de rejeter ou non l'hypothèse  $p = 0,40$ , selon la valeur de la fréquence  $f$  des malades sauvés dans l'échantillon.
4. Sur les 100 malades auxquels on a administré ce médicament, on en a sauvé 30.  
Au seuil de risque 5 %, que peut-on dire de l'annonce faite par le laboratoire ?

### Solution

1. L'épreuve de Bernoulli « un patient est sauvé ou non par le médicament » se répète 100 fois de façon identique et indépendante ;  $X$  suit donc la loi binomiale de paramètres 100 et 0,4.

2. À l'aide de la calculatrice, on construit la table des valeurs  $P(X \leq k)$ , et en parcourant les valeurs de la table, on obtient  $a = 32$ .

De même, on obtient  $b = 50$ .

Y1=BinominalCD	
X	Y1
30	0.0247
31	0.0338
32	0.0515
33	0.0712

Y1=BinominalCD	
X	Y1
47	0.9362
48	0.9576
49	0.9729
50	0.9888

3. L'intervalle de fluctuation à 95 % de la fréquence dans les échantillons de taille 100 est  $[0,32 ; 0,50]$ .  
D'où la règle de décision : si  $f$  appartient à l'intervalle  $[0,32 ; 0,50]$ , l'hypothèse  $p = 0,40$  est acceptable, sinon elle est rejetée, au seuil de 5 %.

4. La fréquence observée est 0,30 et 0,30 n'appartient pas à l'intervalle  $[0,32 ; 0,50]$ , donc, au seuil de risque 5 %, on rejette l'hypothèse selon laquelle ce médicament sauve 40 % des malades.