



LECON 1 LE THEOREME DE PYTHAGORE

I Préliminaires

A) Carré d'un nombre

Le **carré d'un nombre** est le produit de ce nombre par lui même.
On note $a^2 = a \times a$ le carré du nombre a .

Exemple : $5^2 = 5 \times 5 = 25$

Double et Carré d'un nombre

! Ce sont deux choses bien différentes !

Prendre le double d'un nombre c'est le multiplier par 2 ou lui ajouter lui même

Prendre le carré d'un nombre c'est multiplier le nombre par lui même

3×2 ou $3 + 3$ 3×3

B) Racine carrée d'un nombre positif

Soit b un nombre positif. La **racine carrée** de b est le nombre positif dont le carré est égal à b .

Notation et racine carrée des carrés parfaits :

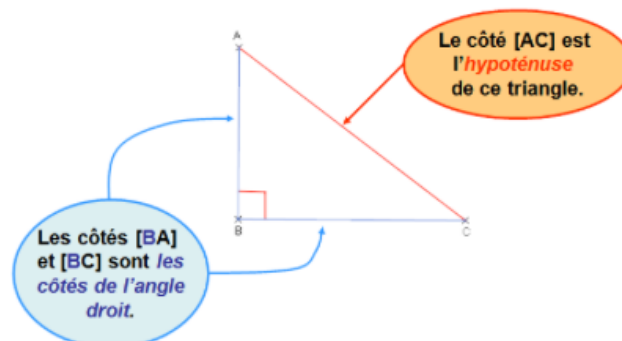
Remarque : avec la calculatrice, on n'obtient souvent qu'un arrondi de la racine carrée d'un nombre.

$\sqrt{1} = 1$	car	$1^2 = 1$
$\sqrt{4} = 2$	car	$2^2 = 4$
$\sqrt{9} = 3$	car	$3^2 = 9$
$\sqrt{16} = 4$	car	$4^2 = 16$
$\sqrt{25} = 5$	car	$5^2 = 25$
$\sqrt{36} = 6$	car	$6^2 = 36$
$\sqrt{49} = 7$	car	$7^2 = 49$
$\sqrt{64} = 8$	car	$8^2 = 64$
$\sqrt{81} = 9$	car	$9^2 = 81$
$\sqrt{100} = 10$	car	$10^2 = 100$
$\sqrt{121} = 11$	car	$11^2 = 121$
$\sqrt{144} = 12$	car	$12^2 = 144$

C) Vocabulaire du triangle rectangle

Dans un triangle rectangle, l'**hypoténuse** est le côté qui est opposé à l'angle droit.

Soit un triangle ABC rectangle en B :



II Le théorème de Pythagore

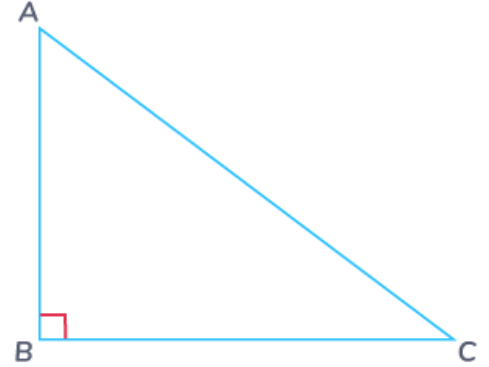
A) A quoi ça sert ?

Le **théorème de Pythagore** permet de calculer la longueur d'un côté dans un triangle rectangle lorsque l'on connaît les deux autres longueurs.

B) Enoncés du théorème

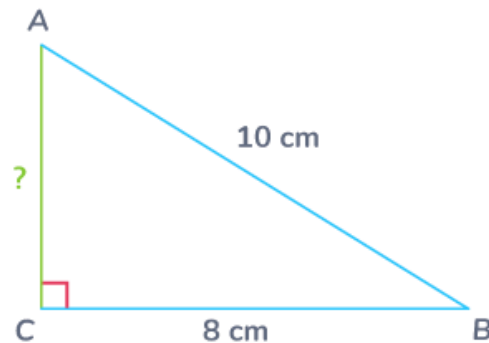
Si un triangle est rectangle alors le carré de la longueur de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit

Si ABC est un triangle rectangle en B alors $AC^2 = AB^2 + BC^2$



C) Exemples d'application

On considère le triangle ABC ci-dessous.



Le triangle ABC est rectangle en C .

D'après le théorème de Pythagore, on a :

$$AB^2 = AC^2 + BC^2$$

Donc :

$$AC^2 = AB^2 - BC^2$$

$$AC^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$$

Ainsi :

$$AC = \sqrt{36}$$

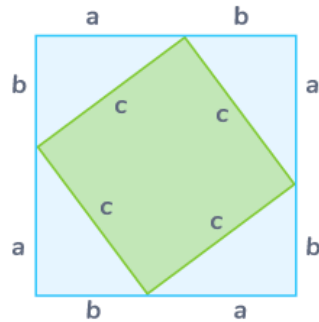
$$AC = 6 \text{ cm}$$

D) Démonstration

On considère un triangle rectangle de côtés a , b et c , avec c la longueur de l'hypoténuse.

On cherche donc à montrer que $a^2 + b^2 = c^2$.

Étape 1 :



On part d'un triangle rectangle de côtés a , b et c (l'hypoténuse) et d'un carré bleu de côté $(a + b)$.

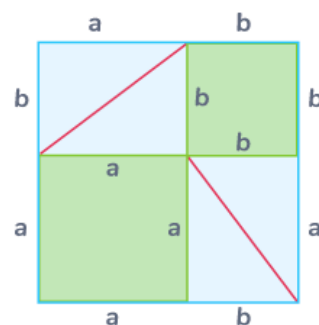
On construit quatre fois le même triangle rectangle bleu et on les positionne comme ci-dessus.

La figure restante est un losange car ses quatre côtés sont de même longueur.

Comme la somme des mesures des angles aigus des triangles bleus est égale à 90° , chaque angle du losange a pour mesure $180 - 90$, soit 90° . La figure verte est donc un carré.

L'aire du carré est égale à c^2 .

Étape 2 :



On déplace deux triangles bleus afin de former des rectangles de dimensions a et b .

Les deux zones vertes correspondent à deux carrés, un de côté b , l'autre de côté a . La somme de leurs aires est donc égale à $a^2 + b^2$.

La surface bleue restante a la même aire que la surface verte de l'étape 1.

Ainsi, on obtient :

$$a^2 = b^2 + c^2$$