

Notations : Dans le texte qui suit, j'utiliserai à plusieurs reprises les expressions Géométrie¹ (resp. 2,3) notées G¹ (resp. 2,3) en référence aux différents paradigmes géométriques présentés dans l'article de C.Houdement et A.Kuzniak intitulé "Géométrie et paradigmes géométriques".

PREMIERE PARTIE : POLYGONES REGULIERS - CONCOURS PE BORDEAUX 95

Avant de commencer l'analyse de l'extrait du sujet de concours et de celles des étudiants, je propose de revenir sur la définition d'un polygone régulier. Comme il y en a plusieurs possibles, et au vu des réponses des étudiants, je propose celle-ci :

Définition : Soit $P = A_1...A_n$ un polygone convexe à n côtés. On dit que P est régulier lorsqu'il vérifie l'une des propriétés suivantes (on pourrait montrer qu'elles sont équivalentes) :

- P_1 : tous les côtés de P ont la même longueur et tous les angles de P ont la même mesure.
- P_2 : P est inscriptible dans un cercle et tous ses côtés ont la même longueur.

A) **Analyse de l'énoncé du sujet**

Dans un premier temps (questions 1 et 2), il est proposé aux étudiants de construire un octogone régulier *à la règle et au compas* après avoir en quelque sorte rappeler certaines propriétés liées à la régularité d'un polygone dans les justifications de la première question. Cette question initiale semble poser les bases des exigences attendues par la suite : même si les termes du début de la question sont du type G¹ (*réalisation d'un matériel, "pièces" triangulaires - signifiant peut être en "forme de triangle" - superposables* - on aurait pu employer les adjectifs "identiques" ou "isométriques" pour davantage de précision), on est en territoire G² en ce qui concerne les attentes des correcteurs : il s'agit de justifier deux propriétés géométriques (on aurait peut être pu préciser lesquelles) sans avoir recours au mesurage (on n'a pas a priori d'octogone régulier sous les yeux) mais en s'appuyant certainement sur la définition d'un polygone régulier.

Cette incursion en territoire G² est encore appuyée à la question 2 dans la mesure où l'on demande une construction uniquement à la règle (supposée non graduée via l'emploi de l'expression "construire géométriquement" et l'utilisation d'un rapporteur non autorisée ; ici encore l'énoncé aurait pu être plus précis) et au compas ; pour effectuer cette construction, il est nécessaire de prélever les propriétés inhérentes à la figure et de privilégier ainsi un raisonnement extérieur au monde sensible.

Dans un second temps (question 3 et 4), il s'agit de déterminer sur divers exemples si des octogones sont réguliers.

A la question 3b, un octogone est construit sur papier quadrillé. Pourquoi pas sur du papier blanc ? L'utilisation d'un tel quadrillage (que l'on peut supposer régulier et constitué de carrés "parfaits") permettrait de mesurer les longueurs par comptage de carreaux par exemple d'autant plus qu'aucun codage n'est inscrit pour stipuler l'égalité de certaines longueurs ne serait-ce que celles des carreaux. Quitte à compter le nombre de carreaux, qu'est-ce qui nous empêche de mesurer les longueurs avec une règle graduée puisque de

toute manière il s'agirait d'avoir recours au monde sensible pour répondre à la question et de ce fait de se situer dans le cadre de G1. En fait serait-il implicite que les carreaux sont une variation du codage classique des longueurs, de même que les sommets du polygone sont exactement placés à des intersections de carreaux, ce qui permettrait de se retrouver en G2 et de raisonner à partir des propriétés des figures ?

Pour résumer le paradigme géométrique dans lequel se situer n'est pas explicite et peut être source de malentendus (ce que l'on constatera effectivement et largement dans la partie B concernant les réponses des étudiants à cette question) ; il n'y a dans ce sujet de concours, si l'on se contente uniquement de lire la question 3b) indépendamment des autres, aucune hypothèse clairement fournie pour permettre à l'étudiant de savoir s'il doit répondre en G1 ou G2.

En fait cette question 3b) est la question 3B) donc qui fait suite à la question 3a) et non la question 4. C'est justement cette question 3a) qui précise dans quel ETG il s'agit de travailler. Il ne s'agit absolument pas de mesurer, mais d'avoir recours au calcul algébrique et au théorème de Pythagore afin de calculer les longueurs non données explicitement. Ce calcul fait office de preuve dans le cadre idéal d'une géométrie euclidienne.

Il en va de même pour la question 4 qui cadre de manière beaucoup plus explicite que précédemment quel est le paradigme géométrique attendu par les rédacteurs du sujet : G2. La figure est construite sur papier blanc et tout ce qui apparaît sur le dessin est référencé par un texte explicatif indiquant non pas des mesures de longueurs mais des égalités et relations entre elles et explicitant également que la figure de base est le carré avec toutes les propriétés géométriques qui en découlent. Il s'agira ici de prouver un fait général ce qui entraîne naturellement à utiliser G2 et même un outillage algébrique relativement développé avec manipulation de racines carrées. Même si raisonner ici à partir d'un seul (ou plusieurs) exemple(s) permettrait de conjecturer la régularité de l'octogone dont il est question.

B) Analyse des réponses des étudiants

Suivant que l'on se place dans G1 ou G2, plusieurs réponses sont possibles :

-l'octogone est régulier car cela se voit et je peux le prouver grâce à mes instruments de mesure.

-l'octogone semble régulier mais il ne l'est pas et je prouve par le calcul et l'utilisation de certains théorèmes que les côtés n'ont pas tous la même longueur.

Sont-elles toutes acceptables du point de vue des auteurs ? Au vu de la précédente analyse, il semblerait que non. Observons tout de même toutes les réponses des différents étudiants et marquons les différentes nuances de chacune.

Etudiants	Analyse de l'ETG
1) Julie	se place dans G1 pour argumenter en vérifiant à l'aide d'instruments de mesure l'égalité des longueurs et montre l'existence "du cercle circonscrit" en le construisant critère que doit vérifier un polygone régulier. Son raisonnement est valable dans G1 mais curieusement elle ne conclut pas sur la nature de l'octogone ; en même temps comme elle l'écrit, elle ne fait que "constater" ; peut être a-t-elle conscience de l'insuffisance de ses mesures pour amener une preuve convenable dans G2.

Etudiants	Analyse de l'ETG
2) Marie	<p>se place également dans G1 mais se contente de constater deux critères qui, réunis, suffisent à montrer la régularité de l'octogone. S'est-elle servie d'instruments de mesure pour avancer ses propos ? Elle ne le précise pas et comme sa comparse, ne conclut pas. La monstration des deux critères suffit dans le cadre de G1 mais Marie propose de vérifier un 3ème critère (ce qui est inutile dans le cadre de cette "preuve") pour justifier ce qu'elle écrit et renforcer l'idée que l'octogone est bien régulier. Cherche-t-elle à s'en convaincre ? Si oui, elle n'a pas conscience qu'amener une telle vérification n'améliore pas sa preuve dans la mesure où cette vérification a également lieu dans G1. Ou alors pense-t-elle peut être que pour qu'un polygone soit régulier, il doit absolument vérifier les 3 critères mentionnés alors que les deux donnés dans la définition suffisent.</p>
3) Natacha	<p>se place elle aussi dans G1 en affirmant l'égalité des côtés du polygone. Mais contrairement à Julie et Marie, elle tente de prouver dans un cadre G2 l'inscription de l'octogone dans un cercle en ayant recours aux médiatrices. Bien sûr cette preuve n'est pas valable dans G2 dans la mesure où elle se contente de constater la concurrence des médiatrices. Natacha semble osciller dans l'utilisation des deux paradigmes avec une "préférence" pour G1 et accentuer le degré de certitude de sa preuve en utilisant des arguments de G2 mais qu'elles ne mène pas jusqu'au bout. Elle a conscience de certaines propriétés géométriques propres à G2 qu'elle "noie" dans G1. Son raisonnement est toutefois valable dans le cadre de G1.</p>
4) Elodie	<p>reprend l'essentiel de la réponse de Marie avec la nuance suivante : contrairement à Marie qui rajoutait un critère pour "vérifier" ses dires, Elodie n'a clairement pas conscience de la suffisance de la présentation de seulement 2 critères pour reconnaître la régularité de l'octogone. Peut-être ne distingue-t-elle pas les statuts de définition et de propriété d'un polygone régulier (ceci dépend bien entendu de la présentation qu'elle a eu des polygones réguliers).</p>
5) Aurélie	<p>Son raisonnement n'est pas valable quel que soit le cadre dans lequel elle se place puisqu'elle se contente de vérifier uniquement l'inscription de l'octogone dans un cercle (ce qui bien sûr ne suffit pas). Elle se place dans G1 pour avancer ses arguments. Sa rédaction est lourde et imprécise ; peut-être par l'utilisation des triangles isocèles voulait-elle prétendre à l'égalité des longueurs de deux côtés du polygone (ce qui n'est absolument pas clair dans son texte) mais qu'en est-il des autres ? Elle semble aussi ne pas saisir la différence entre condition nécessaire et suffisante.</p>

Etudiants	Analyse de l'ETG
6) Laurent	Son raisonnement prend effet dans G1 car semble ne s'appuyer que sur des observations (Se sert-il de mesures ?) et sa rédaction est très imprécise et approximative : de quels triangles parle-t-il ? En effet les triangles dont il devrait logiquement parler sont isocèles mais sont-ils superposables (ce qui induirait l'égalité des longueurs). De plus il parle du "centre de l'octogone" ; qu'entendrait-il par "centre" d'un octogone qui n'est pas régulier ? En employant ce mot, il suppose a priori la régularité de l'octogone. Il en va de même de l'expression "contenu dans un cercle" au lieu d' "inscrit dans un cercle"...Son raisonnement n'est donc pas valable écrit tel quel.
7) Charles	veut <u>vérifier</u> que l'octogone est régulier en montrant qu'il est inscrit dans un cercle et se place ainsi dans G1. Son raisonnement est incomplet bien qu'il mentionne l'égalité de deux côtés qui n'implique pas celle de tous les côtés ; il aurait été préférable de proposer l'égalité de deux côtés consécutifs (c'est justement ce point qui pose problème).
8) Guillaume	raisonne dans G2. Il semble connaître la longueur de la diagonale d'un carré connaissant son côté. En revanche, il parle d'un carré de côté 7 cm (celui de côté AH ?) qui ne correspond pas à la diagonale cherchée. Les outils utilisés sont adéquats dans G2 mais n'opèrent pas sur les bons objets. Peut-être s'agit-il uniquement d'une erreur d'inattention et il aurait voulu écrire que 7 n'est pas égal à "5 racine de 2".
9) Laetitia	ne sait pas trop "à quel paradigme se vouer". Elle commence par une preuve dans G2 qu'elle barre pour arriver à la même conclusion que celle proposée en G1 à savoir une vérification (non complète) à l'aide d'une construction. En ce qui concerne sa preuve en G2 celle-ci est correcte contrairement à sa conclusion ; elle conclut à une égalité stricte de longueur à partir d'une approximation de deux nombres. Cette confusion renforce le fait que Laetitia semble travailler simultanément dans deux mondes géométriques : G2 pour une partie du raisonnement, G1 pour l'autre ; "si deux nombres sont très proches, alors mes yeux ne feront pas la différence concernant les longueurs correspondantes" un peu à la manière de certains calculs physiciens (...)
10) Robert	reprend le raisonnement incomplet (donc faux) de Charles (7) sans prendre la peine de mentionner les longueurs des côtés.
11) Ségolène	a une réponse semblable à celle de Marie (2) mais en précisant les mesures des angles et des côtés. Elle apporte également une autre observation quant à la perpendicularité de certaines diagonales qui ne sert à rien dans le raisonnement et ne se révèle potentiellement vraie que dans G1 du point de vue de la mesure et de l'observation.

Etudiants	Analyse de l'ETG
12) Djamila	semble confondre condition nécessaire et condition suffisante et propose de vérifier une propriété fausse. Ou alors elle ne se souvient plus qu'elle doit vérifier un second critère. Elle se place dans G1 mais commet la grossière erreur de croire que la diagonale d'un carré a la même longueur que celle d'un côté et conclut donc à la non égalité des longueurs et donc à la non régularité de l'hexagone. La logique de contraposée est ici correcte même si elle ne correspond pas à la propriété (fausse) qu'elle propose au début de sa réponse.
13) Renate	propose une solution très concise valable dans G1 en vérifiant l'égalité des longueurs par la mesure et celle des mesures d'angles apparemment par simple observation (en effet, il ne précise pas la mesure des angles contrairement à celle des longueurs)

Après l'analyse de chacune des réponses, on peut observer que la majorité des étudiants a tendance à se placer dans G1 pour affirmer leurs propos et cela constitue pour eux une preuve valable. Seuls deux étudiants (Guillaume et Laetitia) parmi les treize mentionnés se sont clairement placés à un moment donné dans G2 mais n'ont pas mené un raisonnement correct jusqu'au bout. Il faut également noter que tous les étudiants ont une idée de ce que peut être un polygone régulier, plus précisément ils connaissent tous au moins l'une des propriétés que doit vérifier un polygone régulier mais seulement quatre d'entre eux donnent 2 propriétés suffisantes ; les autres n'en donnent soit qu'une soit trois. Il aurait également pu être intéressant d'avoir accès au reste de leur production afin de confirmer certaines des suppositions que nous avons faites dans le tableau.

Le paradigme G1 semble donc prédominant chez ces étudiants d'autant plus que la structure de l'énoncé (la question précédente et la question suivante) laissait largement supposer l'utilisation de G2 en ce qui concerne cette question. En même temps, quelle sera la géométrie enseignée devant leurs élèves ?

SECONDE PARTIE : ANALYSE DE PREUVES - EXERCICE 3ème 96

Il est demandé à des élèves de 3ème de démontrer qu'un quadrilatère, dont les sommets sont les milieux des côtés d'un rectangle, est un losange. La lecture des programmes et d'un manuel de l'époque nous donne entre autres les renseignements suivants qui nous seront utiles lors de l'analyse des textes de réponse des élèves :

- cet exercice s'inscrit naturellement dans le cursus géométrique des élèves dans la mesure où il prend appui sur la représentation et la description d'objets géométriques usuels du plan, en particulier les parallélogrammes particuliers (ici le rectangle et le losange) dont les propriétés caractéristiques sont exigibles et donc supposées connues par les élèves. Il est à noter que le programme stipule que les propriétés caractéristiques des parallélogrammes particuliers sont formulées à l'aide de deux énoncés séparés (c'est à dire qu'elles ne sont pas données sous forme d'équivalence), ce qui invite à penser que les élèves devraient déjà avoir été habitués à reconnaître la nature de parallélogrammes particuliers en analysant les renseignements donnés sur la longueur des côtés, le parallélisme des côtés opposés ou bien la position du point d'intersection des diagonales et leur éventuelle perpendicularité.
- les élèves disposent de certains outils comme l'égalité de Pythagore ou les résultats concernant les projections sur une droite parallèlement à une droite donnée ou plus particulièrement le "théorème des milieux" et ses variantes comme celui donnant la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle (dont les élèves ne se servent pas assez curieusement, voir l'analyse du texte de Farid et Mariam).

Afin de démontrer qu'un quadrilatère est un losange, on peut utiliser l'une des assertions suivantes (qui sont celles que vont utiliser les élèves en question) :

R1 : si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur alors c'est un losange

R2 : si un parallélogramme a deux côtés consécutifs de même longueur alors c'est un losange. En général R1 correspond à la définition donnée à un losange au début du collège alors que R2 est une propriété donnée lors de l'étude ultérieure des parallélogrammes particuliers qui sert notamment à la reconnaissance de losanges.

Notations : notons P1 (resp. P2) pour Marianne et Farid ou bien le travail effectué par eux suivant le contexte (resp. Véronique et Lydie).

Dans un premier temps de recherche, il s'agira pour chacun des deux groupes de mobiliser leurs connaissances concernant les différentes propriétés vérifiées par un losange afin de guider leur démonstration. Pour P1, il s'agira d'utiliser les critères donnés par R2 (on montre d'abord que IJKL est un parallélogramme puis qu'il possède deux côtés consécutifs ayant la même longueur). En ce qui concerne P2, il s'agira de revenir au critère R1 mais P2 ne semble pas avoir conscience que l'égalité des longueurs des 4 côtés suffise et rajoute inutilement le parallélisme des côtés opposés.

Analysons maintenant les deux productions illustrant chacune des cheminements bien différents afin d'aboutir à la conclusion ainsi que plusieurs variantes dans la rédaction de leur preuve.

A) Analyse de P1

1er temps : le quadrilatère IJKL est un parallélogramme (au sens où les côtés opposés sont deux à deux parallèles)

P1 démontre le parallélisme de chacune des paires de côtés opposés. P1 montre pour cela le parallélisme de chacun des côtés à une même diagonale du rectangle en utilisant à deux reprises et de manière quasi-identique une suite de pas ternaires dont les prémisses sont les données directement accessibles à partir de l'énoncé, la règle d'inférence est le théorème des milieux avec ici un statut opératoire et conclut sur le parallélisme respectif des côtés avec une diagonale du rectangle. Il est à noter l'utilisation systématique, dans cette première partie de démonstration, des connecteurs logiques "si...alors..." un peu à la manière de l'énonciation d'une proposition ; on aurait aisément pu se passer de l'emploi de tels connecteurs (en particulier le "si") qui alourdissent un peu la rédaction. Ensuite P1 conclut sur le parallélisme des deux côtés et l'utilisation de la proposition "si deux droites sont parallèles à un même troisième alors elles sont parallèles" est implicite.

P1 reprend la même structure pour prouver le parallélisme de l'autre paire de côtés opposés, point dont il aurait peut être pu se passer en utilisant par exemple une formule du genre "par un raisonnement analogue, on montre que...".

Curieusement, il n'y a pas vraiment de conclusion sur ce qui a été traité précédemment. P1 n'exprime pas le fait que IJKL est un parallélogramme. Il aurait pu comme il l'avait déjà fait auparavant exhiber un pas ternaire du type :

- recyclage des conclusions précédentes en nouvelles prémisses : il y a deux paires de côtés opposés parallèles.
- utilisation d'une règle d'inférence : si un quadrilatère a ses côtés opposés parallèles alors c'est un parallélogramme.
- conclusion : IJKL est un parallélogramme

2ème temps : le quadrilatère IJKL possède deux côtés consécutifs de même longueur.

P1 utilise à deux reprises le théorème de Pythagore dans deux triangles rectangles (sans préciser pourquoi ces triangles sont rectangles) et exhibe des égalités de longueurs déduites directement de l'énoncé et des propriétés concernant les longueurs des côtés opposés d'un rectangle (celles-ci n'apparaissent pas explicitement) afin d'aboutir à deux égalités pythagoriciennes ayant chacune un membre "en commun". Par successivement, la transitivité de l'égalité et l'égalité des racines carrées de deux nombres positifs, P1 conclut à l'égalité des longueurs de deux côtés consécutifs.

La structure de cette partie du texte diffère de la précédente, l'utilisation de pas ternaires étant moins évidente sauf lors de l'utilisation du théorème de Pythagore. L'incursion de calculs au sein du raisonnement géométrique ne favorise pas l'utilisation de pas ternaires. Remarquons tout de même des efforts de rédaction via l'utilisation de connecteurs logiques qui facilitent la compréhension du cheminement de pensée.

Notons également une certaine rupture dans l'utilisation des outils ; quitte à utiliser le théorème des milieux dans l'élaboration de la première partie de la démonstration, autant utiliser une de ses variantes (apparemment disponible aux élèves d'après les extraits de programme et du manuel) donnant la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés d'un triangle en fonction du troisième côté et aboutir à l'égalité des longueurs de deux côtés consécutifs (modulo le fait que les diagonales d'un rectangle ont la même longueur). Ceci aurait dispensé P1 d'avoir recours au calcul et lui aurait permis

de conserver une structure de texte plus proche de la première partie en exhibant plusieurs pas ternaires qui conflueraient en un seul.

3ème temps/conclusion : IJKL est un losange

P1 n'explicite pas le fait que IJKL soit un losange. Le cheminement final est laissé à la charge du lecteur et on pourrait reprocher à P1 que la démonstration n'est pas complète même si l'essentiel des informations nécessaires à la conclusion est fournie dans le texte. P1 aurait pu par soucis de cohérence et de clarté présenter un dernier pas ternaire en considérant les deux conclusions partielles précédentes comme prémisses dont la réunion au travers de l'utilisation du critère R2 permet de conclure définitivement sur la nature du quadrilatère IJKL. Pourtant l'étude du protocole P1 montre bien que P1 avait ce dernier point en tête (*étape 92 du protocole*).

Notons que l'utilisation de graphes comme celle suggérée par Duval aurait peut être permis une plus grande clarté concernant l'enchaînement des différents pas de déduction notamment la présentation de plusieurs enchaînements qui confluent en un seul.

B) Analyse de P2

Voici une des interprétations possibles (la nôtre en tout cas) de l'explication de P2 à la seule lecture du texte de solution proposé :

La première chose qui saute aux yeux lors de l'examen de P2, c'est la présence d'une figure partiellement codée ; les égalités de longueurs y sont marquées que ce soit celle déduites directement de l'énoncé mais même celles des côtés de IJKL, ce qu'il s'agissait de montrer. Par contre le codage des angles droits du rectangle n'est pas établi. Ceci est d'autant plus étrange que c'est bien le fait que les triangles soient tous rectangles en tout cas qu'ils possèdent tous une même mesure d'angle et deux côtés adjacents à cet angle dont les longueurs sont respectivement les mêmes sur les quatre triangles qui permettrait d'établir l'égalité des longueurs des côtés du quadrilatère IJKL. En fait les quatre triangles sont isométriques et la correspondance d'un angle et des deux longueurs des côtés adjacents suffit à déterminer de manière unique la troisième longueur. Or les critères de reconnaissance de triangles isométriques aussi naturelles puissent-t-elles être chez certains élèves n'est a priori pas étudiée au collège. L'utilisation du théorème de Pythagore respectivement dans chacun des triangles permettrait de prouver l'égalité des longueurs des côtés du quadrilatère IJKL un peu à la manière de P1 dans la seconde partie de leur démonstration. Or il n'en figure aucune trace sur le texte de solution proposé. Ceci est d'autant plus normal qu'un examen détaillé du protocole P2 montre qu'il n'est jamais fait allusion à l'utilisation de ce théorème.

On peut donc déjà reprocher à cette explication d'être vraiment trop succincte et de ne constituer qu'une tentative de preuve pour reprendre les termes de Balacheff ; elle ne constitue pas une démonstration. En fait elle n'est pas acceptable en tant que preuve dans la mesure où elle ne fait qu'affirmer ce que l'on doit montrer à savoir l'égalité des longueurs des côtés de IJKL bien que le codage de la figure aurait pu faire penser à l'utilisation implicite du théorème de Pythagore pour établir l'égalité des longueurs mais ceci n'est pas le cas comme nous l'observons sur le protocole P2. De plus l'utilisation de connecteurs logiques semble ici factice et n'est qu'un trompe-l'oeil ; ils ne constituent qu'une vague illusion langagière et introduisent des raccourcis très subjectifs.

En outre, P2 n'a pas vraiment conscience du caractère de suffisance du critère R1 puisqu'ils tentent ensuite d'établir le parallélisme des côtés opposés. A ce propos, leur

tentative de preuve est presque inintelligible d'autant plus qu'ils ne présentent jamais l'énoncé tiers sur lequel on pourrait se rattacher. La lecture du protocole ne permet pas non plus de saisir clairement le cheminement de pensée ; en même temps il est loin d'être certain que les élèves eux-mêmes aient une idée précise de ce qu'ils avancent. Donc comme précédemment, l'utilisation de connecteurs logiques constitue en quelque sorte un leurre même inconscient et permet en quelque sorte aux élèves de légitimer leurs assertions douteuses.

Ce qui est écrit n'est pas faux mais ne constitue pas une démonstration acceptable dans la mesure où trop de détails dans le cheminement du raisonnement ne sont pas abordés et peuvent être sujets à différentes interprétations qui ne correspondent pas à celles originellement pensées par P2 lors de la phase heuristique.

En lisant le protocole 2, on s'aperçoit que P2 tente d'utiliser le théorème des milieux sans vraiment le maîtriser. Ils ont quelques idées pouvant mener à la preuve : ils savent à peu près ce qu'ils doivent montrer mais n'y parviennent pas et se contentent très souvent de conjecturer à partir du dessin ; ils n'arrivent pas à expliciter clairement le cheminement argumentatif et tentent en fait d'avancer des explications, non illogiques à leurs yeux, qui tiennent trop compte de ce qu'ils perçoivent, qui leur paraissent vraisemblables

C) Tableau comparatif des deux productions P1 et P2

Eléments de comparaison	P1	P2
Pas de démonstration	en partie de type ternaire : prémisse-règle d'inférence- conclusion	binaires : prémisse- conclusion ; cette façon d'avancer est trop subjective et sujette à trop d'interprétations différentes.
Enchaînement	linéaire et parfois laissé à la charge du lecteur	Pas d'enchaînement explicite
Propositions explicitées	lors de certains pas : théorème des milieux ; théorème de Pythagore sont des règles d'inférence -> forte valeur de vérité	Les propositions ne sont pas explicitées -> la valeur épistémique l'emporte sur la valeur de vérité
Statut des propositions	Statut opératoire	

Eléments de comparaison	P1	P2
Implicites	Quelques implicites notamment le dernier pas de la démonstration.	Toute la démarche argumentative est implicite
Connecteurs	Connecteurs logiques internes aux pas de démonstrations ; fluidifient la compréhension du texte.	Connecteurs logiques illusoires.
Renvois au dessin	Pas de renvois majeurs au dessin si ce n'est pour simplifier la compréhension du texte.	La figure fait quasiment office de preuve.