N: Puissances

I/ Puissances entières d'un nombre relatifs

Cours – définitions

a désigne un nombre relatif et n un nombre entier.

- **Puissances d'exposants positifs : cas où $n \geq 1$:**

On appelle **puissance** de a le **produit de n facteurs égaux à a**. On le note a^n et se lit « a exposant n » ou « a à la puissance n ».

On a : $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ facteurs}}$.

- **Puissances d'exposants négatifs :**

On note a^{-n} une puissance d'exposant négatifs. Elle désigne **l'inverse de a^n**.

On a : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Exemples :

$3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$ $\quad (-2)^3 = (-2) \times (-2) \times (-2) = -8$

$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$ $\quad (-5)^{-3} = \frac{1}{(-5)^3} = \frac{1}{-125} = -\frac{1}{125}$

Pour tout $a \neq 0$, on a :
$a^0 = 1$ et $a^1 = a$

$(-2)^4 \neq -2^4$,
en effet $(-2)^4 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 16$ et $-2^4 = -2 \times 2 \times 2 \times 2 = -16$

Cours – Propriétés

a et b désignent deux nombres relatifs. m et n désignent deux nombres entiers.

On a :

- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$

Exemples :

$3^5 \times 3^2 = 3^{5+2} = 3^7$ $\quad (-2)^3 \times 4^3 = (-2 \times 4)^3 = (-8)^3$

Exercice d'application : écrire sous la forme d'une puissance : $A = 5^2 \times 5^3$, $B = 10^{-3} \times 10^{-4}$, $C = \frac{6^4}{6^3}$ et $D = \frac{9^5}{9^{-2}}$.

RAPPEL

Cours – règles de calculs

Dans une **suite d'opérations avec des nombres relatifs**, on effectue <u>dans l'ordre</u> :

1. les **calculs entre parenthèses,**
2. les **puissances,**
3. les **multiplications** et les **divisions,**
4. les **additions** et les **soustractions.**

Exercice d'application : effectuer les calculs suivants : $A = 6 + 4 \times 3^2$ et $B = (8 + 2^3) \times 3$.

II/ Puissances de 10 et notation scientifique

Cours – définitions

n désigne un nombre entier strictement positif.

- **Puissances d'exposants positifs : cas où $n \geq 1$:**

On a : $10^n = \underbrace{10 \times 10 \times 10 \times \ldots \times 10}_{\text{n facteurs}} = \underbrace{100 \ldots 0}_{\text{n zéros}}.$

- **Puissances d'exposants négatifs :**

On a : $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{10 \times 10 \times \ldots \times 10} = \frac{1}{100 \ldots 0} = \underbrace{0{,}00 \ldots 0}_{\text{n zéros}}1.$

Exemples : $10^4 = 10\ 000$; $10^{-3} = 0{,}001$.

Exercice d'application : Ecrire les nombres 100 000 ; 0,01 ; 100 et 0,000 001 sous la forme d'une puissance de 10.

Remarque : Les propriétés sur les puissances vues dans le paragraphe I/ sont identiques pour les puissances de 10.

Cours – Propriétés

- Multiplier par une puissance positive n de 10 revient à **décaler la virgule** de n rangs **vers la droite.**
- Multiplier par une puissance négative n de 10 revient à **décaler la virgule** de n rangs **vers la gauche.**

Exemples : $4{,}57 \times 10^3 = 4570$; $9451 \times 10^{-2} = 94{,}51$; $0{,}045 \times 10^{-1} = 0{,}004\,5$.

Cours – notation scientifique

La **notation scientifique** d'un nombre décimal différent de 0 est l'unique écriture de la forme $a \times \mathbf{10^n}$, où :

- a est un nombre décimal avec un seul chiffre, autre que 0, avant la virgule ;
- n est un nombre entier relatif.

Le nombre a se nomme la **mantisse** du nombre.

Exemples :

- *notation scientifique du nombre 145 690 : 145 690 = 1,456 90* $\times 10^5$ *= 1,456 9* $\times 10^5$.
- *notation scientifique du nombre 0,098 7: 0,098 7 = 9,87* $\times 10^{-2}$.

Exercice d'application : déterminer l'écriture scientifique de chaque nombre.

$A = 8\,571$ $\qquad B = 0,\,006\,742$ $\qquad C = 1\,789 \times 10^{-2}$ $\qquad D = \frac{3 \times 10^4}{4 \times 10^{-2}}$

Remarque : Pour comparer deux nombres, on peut comparer leurs ordres de grandeur à l'aide de leurs écritures scientifiques