$z^2-8z\sqrt{3}+64=0$ $\Delta=(8\sqrt{3})^2-4\times1\times64=-64$ donc $\Delta<0$ il y a deux racines complexes conjuguées $z_1=\dfrac{8\sqrt{3}+i\sqrt{64}}{2}=\dfrac{8\sqrt{3}+8i}{2}=4\sqrt{3}-4i$ et $z_2=4\sqrt{3}+4i$

1) « Comme par hasard nous retrouvons les mêmes valeurs » $a=4\sqrt{3}-4i$ et $b=4\sqrt{3}+4i$

OA= $|a|=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+(-4)^2}=\sqrt{64}=8$ =OB

$AB=|b-a|=|4\sqrt{3}+4i-(4\sqrt{3}-4i)|=|8i|=8$

Donc $OA=OB=AB$, le triangle <u>OAB est équilatéral</u>.

2) $c=-\sqrt{3}+i=2\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{i}{2}\right)=2\left(\cos\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)+i\sin\left(\dfrac{5\pi}{6}\right)\right)=2\mathrm{e}^{i\frac{5\pi}{6}}$

D est l'image de C par la rotation de centre O et d'angle $-\dfrac{\pi}{3}$

donc $d=c\times\mathrm{e}^{-\frac{i\pi}{3}}=2\times\mathrm{e}^{\frac{i5\pi}{6}}\times\mathrm{e}^{-\frac{i\pi}{3}}=2\times\mathrm{e}^{i\left(\left(\frac{5\pi}{6}\right)-\left(\frac{\pi}{3}\right)\right)}=2\times\mathrm{e}^{\frac{i\pi}{2}}$ $d=2\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{2}\right)+i\sin\left(\dfrac{\pi}{2}\right)\right)=2i$

3) **a.** G existe car la somme des pondérations $-1+1+1=1\neq0$

$$g=\frac{-1\times0+1\times2i+1\times(4\sqrt{3}+4i)}{-1+1+1}=4\sqrt{3}+6i$$

b.Voir feuille annexe.

c. Le barycentre de (D;5) et (G;-1) apour affixe le nombre complexe suivant:

$$\frac{5\times d-1\times g}{5-1}=\frac{5\times2i-1\times(4\sqrt{3}+6i)}{4}=\frac{10i-4\sqrt{3}-6i}{4}=\frac{-4\sqrt{3}+4i}{4}=-\sqrt{3}+i=c$$

Donc C est le barycentre de $(D;5)$ et $(G;-1)$ et les points C,D et G sont alignés.

4)
G est le barycentre de $(O;-1)$ $(D;1)$ et $(B;1)$ cela se traduit vectoriellement par:

$-1\times\overrightarrow{GO}+1\times\overrightarrow{GD}+1\times\overrightarrow{GB}=\vec{0}$ soit $\overrightarrow{OG}+\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{GB}=\vec{0}$

$\overrightarrow{OD}=-\overrightarrow{GB}$

$\overrightarrow{OD}=\overrightarrow{BG}$

Conclusion OBGD est un parallélogramme.

Feuille annexe: