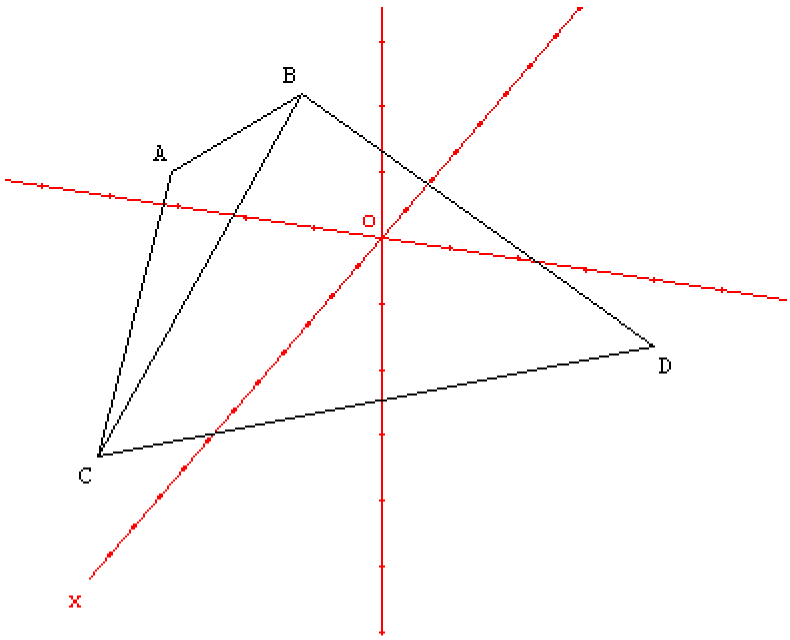
CORRECTION N°23 DE LA FEUILLE 2 SUR LE PRODUIT SCALAIRE.

PARTIE A



1) $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ et $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$ $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=3\times3+3\times0+3\times(-3)=0$ donc ABC est rectangle en A.

2) $\vec{n}$ (1;1;1) est un vecteur normal à P ., $\vec{n}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ donc (AB) est orthogonale à P .

3)a) $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$ est normal à P', donc P' a une équation de la forme $3x-3z+d=0$

$A(3;-2;2)\in P'$ donc les coordonnées de A vérifient l'équation de P', $3\times3-3\times2+d=0$ donc $d=-3$,

P' a pour équation $3x-3z-3=0$, je peux simplifier par 3: P' $\boxed{x-z-1=0}$

b) $M(x;y)\in\Delta$ si et seulement si $\begin{cases}x+y+z-3=0\\x-z-1=0\end{cases}$, en posant $z=t$ j'obtiens Δ : $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=t\end{cases}$ avec $t\in\mathbb{R}$.

PARTIE B

1) Pour montrer que (AD) est perpendiculaire au plan (ABC), je peux montrer que $\overrightarrow{AD}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires de (ABC) par exemple $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AD}(-3;6;-3)$ $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$

$\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ et $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AC}=0$ donc (AD) est perpendiculaire à (ABC).

2) D'après les questions précédentes on peut considérer ABCD comme un tétraèdre de base ABC(rectangle en A) et de hauteur (AD).

Donc $V=\frac{1}{3}aire(ABC)\times AD$ AD= $\sqrt{((-3)^2+6^2+(-3)^2)}=\sqrt{54}=\sqrt{(6\times9)}=3\sqrt{6}$

Aire ABC= $\frac{AB\times AC}{2}$ AB= $\sqrt{(3^2+3^2+3^2)}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ AC= $\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

Aire ABC= $\frac{3\sqrt{3}\times3\sqrt{2}}{2}=\frac{9\sqrt{6}}{2}$

V= $\frac{1}{3}\times\frac{3\sqrt{3}\times3\sqrt{2}}{2}\times3\sqrt{6}=9\times\frac{6}{2}$ =9 × 3=27 unités de volume.

3) $\overrightarrow{DB}(6;-3;6)$ et $\overrightarrow{DC}(6;-6;0)$ donc $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{DC}=6\times6+(-3)\times(-6)+6\times0=54$

mais $\overrightarrow{DB}$ $\overrightarrow{DC}$ =DB × DC × cos($\widehat{BDC}$) DB= $\sqrt{81}$ =9 et DC = $\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

donc $\cos(\widehat{BDC})=\frac{54}{9\times6\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$ et donc $\boxed{\widehat{BDC}=\frac{\pi}{4}}$

4) Dans le triangle BDC, la hauteur issue de C mesure DC × sin($\widehat{BDC}$)= $6\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$ =6

Aire de BDC= $\frac{1}{2}$ × Hauteur issue de $C\times BD=\frac{1}{2}\times6\times9=27$

Je peux recalculer le volume du tetraèdre ABCD en prenant pour base BDC, dans ce cas:

Si je note h la distance du point A au plan (BDC), V= $\frac{1}{3}$ × aire de $BDC\times h$

Donc $27=\frac{1}{3}\times27\times h$ et $\boxed{h=3}$.