TS1 2 008- 2 009 MATHEMATIQUES **DEVOIR N°3** Les nombres complexes. *Octobre*

EXERCICE 1:

1) Ecrire $z=6-6i\sqrt{3}$ sous forme trigonométrique.
2) En déduire la forme trigonométrique de: $-6+6i\sqrt{3}$; $6+6i\sqrt{3}$; $-6-6i\sqrt{3}$.

EXERCICE 2:

Prouvez que les points A,B,C d'affixes respectives $a=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i$, $b=\frac{1}{2}+i$ et $c=\frac{5}{2}$ sont alignés.

EXERCICE 3:

n est un entier naturel, on pose $z=\left(\sqrt{3}+i\right)^n$.

1) Déterminer un argument de z .
2) Déduisez-en l'ensemble E des valeurs de n pour lesquelles z est un réel strictement positif.

EXERCICE 4:

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct (O; $\vec{u}$, $\vec{v}$), on considère les points M_n d'affixe $z_n=\left(\frac{1}{2}i\right)^n\left(1+i\sqrt{3}\right)$ où n est un entier naturel.

1) Exprimez z_{n+1} en fonction z_n , puis z_n en fonction de z_0 et n .
   Donnez z_1, z_2, z_3 et z_4 sous forme algébrique et sous forme trigonométrique.

2) Placez les points M_0, M_1, M_2, M_3 et M_4 (unité graphique:4cm).
3) Déterminez la distance OM_n en fonction de n .
4) a) Démontrer que $M_nM_{n+1}=\frac{\sqrt{5}}{2^n}$ pour tout entier naturel n .

   b) On pose $L_n=\sum_{k=0}^{n} M_kM_{k+1}$.
   Déterminez L_n en fonction de n , puis la limite de L_n .