

## DROITES ET PLANS DANS L'ESPACE

### 1) REGLES DE BASE DE LA GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Ce sont des règles ( ou axiomes ) de base qu'il est nécessaire de fixer pour pouvoir travailler dans l'espace.

#### REGLE 1:

Par deux points distincts passe une seule droite.

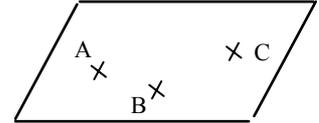


On dit que les deux points distincts **déterminent** une droite.

Si plusieurs points de l'espace appartiennent à une même droite, alors ils sont **alignés**.

#### REGLE 2:

Par trois points non alignés passe un seul plan.

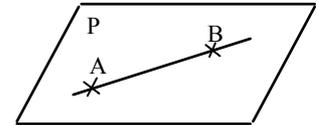


On dit que trois points non alignés **déterminent** un plan.

Si plusieurs points de l'espace appartiennent à un même plan, alors ils sont **coplanaires**.

#### REGLE 3

Si A et B sont deux points du plan P, alors tous les points de la droite (AB) appartiennent au plan P.



#### REGLE 4:

Si deux plans distincts ont un point commun, alors leur intersection est une droite.

Si deux plans distincts ont pour intersection la droite d, alors on dit qu'ils sont **sécants** selon d .

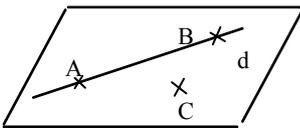
#### REGLE 5:

Tous les résultats de **la géométrie plane** s'appliquent dans chaque plan de l'espace.

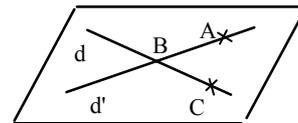
**Rem :** ( conséquences des règles précédentes )

Un plan peut être déterminé par :

- un point et une droite ne passant pas par ce point.
- deux droites sécantes.



Dans chacun des cas, on peut définir le plan par trois points non alignés.



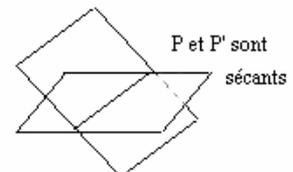
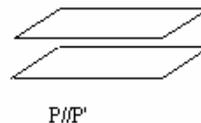
### 2) LE PARALLELISME DANS L'ESPACE

#### A) POSITION RELATIVE DE DEUX PLANS

##### PROPRIETE 1:

Deux plans peuvent être :

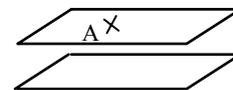
- **sécants** ( leur intersection est une droite )
- **parallèles** ( ils n'ont aucun point commun ou ils sont confondus )



##### PROPRIETE 2:

Soit P un plan et A un point.

Il existe un unique plan parallèle à P et passant par A .

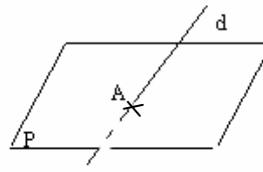


## B) POSITION RELATIVE D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

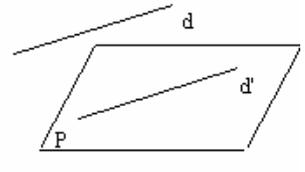
### PROPRIETE 3:

Une droite peut être :

- **sécante** à un plan  
( La droite et le plan ont un seul point commun )
- **parallèle** à un plan  
( La droite et le plan n' ont aucun point commun ou la droite est contenue dans le plan )



$d$  est sécante à  $P$  en  $A$

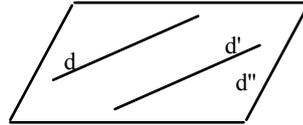


$d'$  est contenue dans  $P$   
 $d' // P$

## C) POSITION RELATIVE DE DEUX DROITES DE L'ESPACE

### DEFINITION:

Deux droites de l'espace sont **parallèles** si elles sont coplanaires (contenues dans un même plan ) et si elles n'ont pas de point commun ou sont confondues.



$d // d'$

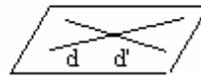
$d' // d''$

**Rem :** Deux droites parallèles distinctes déterminent un plan .

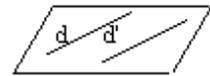
### PROPRIETE 4:

Deux droites de l'espace peuvent être :

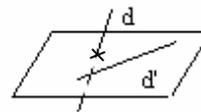
- **coplanaires**  
( Elles sont alors sécantes ou parallèles )
- **non coplanaires**  
( C'est à dire, il n'existe aucun plan contenant à la fois ces deux droites. )



$d$  et  $d'$  sont sécantes



$d // d'$



$d$  et  $d'$  sont non coplanaires



### PROPRIETE 5:

Soit  $d$  une droite et  $A$  un point.

Il existe une unique droite parallèle à  $d$  et passant par  $A$  .

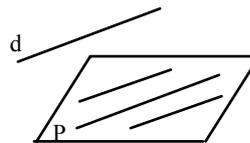
## D) PROPRIETES DU PARALLELISME

### PROPRIETE 6:

Si une droite  $d$  est parallèle à une droite d'un plan  $P$  , alors la droite  $d$  est parallèle au plan  $P$  .

### PROPRIETE 7:

Si une droite  $d$  est parallèle à un plan  $P$  , alors elle est parallèle à au moins une droite du plan  $P$  .

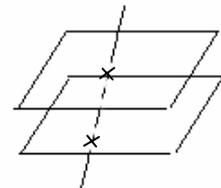
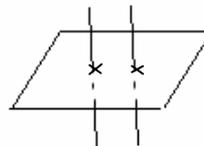


### PROPRIETE 8:

Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une des droites coupe l'autre droite.

### PROPRIETE 9:

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite qui coupe l'un coupe l'autre.



**PROPRIETE 10:**

Si deux plans sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

**PROPRIETE 11:**

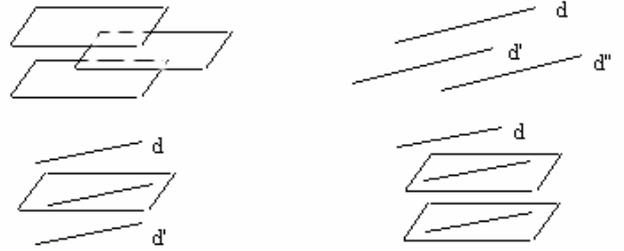
Si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

**PROPRIETE 12:**

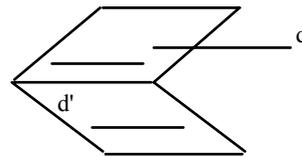
Si deux droites sont parallèles, alors tout plan parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

**PROPRIETE 13:**

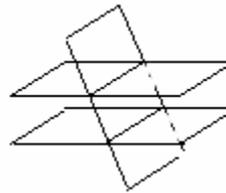
Si deux plans sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'un est parallèle à l'autre.

**PROPRIETE 14:**

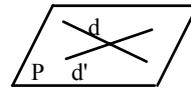
Si  $P$  et  $P'$  sont deux plans sécants et parallèles à une droite  $d$ , alors l'intersection de  $P$  et  $P'$  est parallèle à  $d$ .

**PROPRIETE 15:**

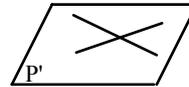
Si deux plans sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les intersections sont des droites parallèles.

**PROPRIETE 16:**

Si deux droites sécantes d'un plan sont parallèles à un autre plan, alors ces deux plans sont parallèles.

**PROPRIETE 17:**

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite de l'un des plans est parallèle à l'autre plan.

**3) PROJECTION****DEFINITION:**

Soit  $P$  un plan et  $d$  une droite non parallèle à  $P$ .

**La projection sur  $P$  parallèlement à  $d$**  associe à chaque point  $M$  de l'espace un point  $M'$ .

Ce point  $M'$  est le point d'intersection du plan  $P$  et de la droite parallèle à  $d$  passant par  $M$ .

