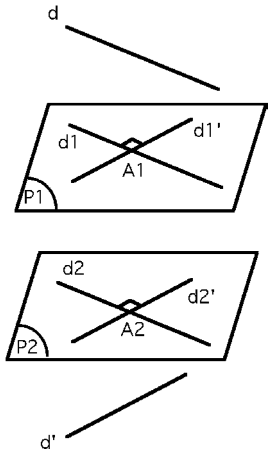
ORTHOGONALITÉ DANS L'ESPACE

1) DROITES ORTHOGONALES



Soit d et d' deux droites (non obligatoirement coplanaires) de l'espace et A_1 et A_2 deux points de l'espace .
d_1 et d_1' sont les parallèles à d et d' passant par A_1 et P_1 est le plan déterminé par ces deux droites.
d_2 et d_2' sont les parallèles à d et d' passant par A_2 et P_2 est le plan déterminé par ces deux droites.
On admet que d_1 et d_1' sont perpendiculaires dans P_1 si et seulement si d_2 et d_2' sont perpendiculaires dans P_2 .
En résumé :
Si en un point les parallèles à d et d' sont perpendiculaires, alors en tout autre point de l'espace
les parallèles à d et d' seront perpendiculaires.

Ceci nous permet de définir les droites orthogonales de l'espace.

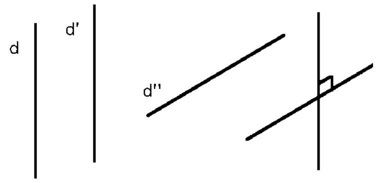
DÉFINITION :
Deux droites de l'espace sont **orthogonales** si leurs parallèles menées par un point quelconque de l'espace sont perpendiculaires.
On note : d $\perp$ d'

Rem:
L'adjectif "perpendiculaire" ne s'utilise que pour les droites orthogonales et sécantes (donc coplanaires) . Dans la suite du chapitre, on parlera, pour simplifier, de droites orthogonales qu'elles soient sécantes ou non.

Conséquences de la définition :

PROPRIÉTÉ 1:
Si deux droites sont orthogonales, alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre.

PROPRIÉTÉ 2:
Si deux droites sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre.



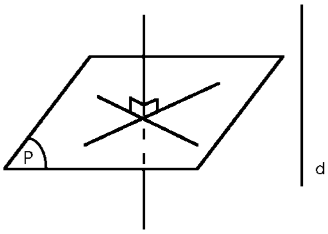
Rem: **ATTENTION** !
Certaines règles vraies dans le plan ne sont pas vraies dans l'espace.
Par exemple, dans le plan, deux droites perpendiculaires à une même droite sont parallèles entre elles ; ce qui n'est pas vrai dans l'espace .

2) DROITE ORTHOGONALE A UN PLAN

DÉFINITION :

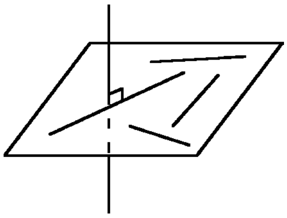
Une droite est orthogonale à un plan si et seulement si elle est orthogonale à deux droites sécantes de ce plan.

On note : d $\perp$ P



PROPRIÉTÉ 3:

Si une droite est orthogonale à un plan, alors elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan.

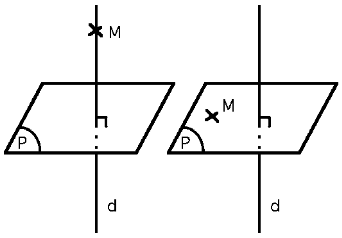


PROPRIÉTÉ 4:

Il existe une unique droite passant par un point donné et orthogonale à un plan donné.

PROPRIÉTÉ 5:

Il existe un unique plan passant par un point donné et orthogonal à une droite donnée.

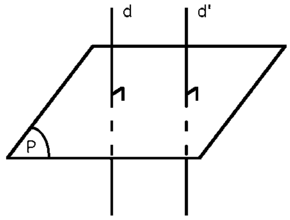


PROPRIÉTÉ 6:

Si deux droites sont parallèles, alors tout plan orthogonal à l'une est orthogonal à l'autre.

PROPRIÉTÉ 7:

Si deux droites sont orthogonales à un même plan, alors elles sont parallèles.

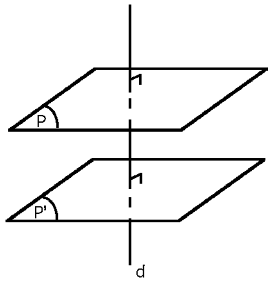


PROPRIÉTÉ 8:

Si deux plans sont parallèles, alors toute droite orthogonale à l'un est orthogonale à l'autre.

PROPRIÉTÉ 9:

Si deux plans sont orthogonaux à une même droite, alors ils sont parallèles.



Rem:
En fait, il faut retenir que la relation d'orthogonalité ne lie pas seulement une droite et un plan, mais une famille de plan tous parallèles entre eux à une famille de droites toutes parallèles entre elles.

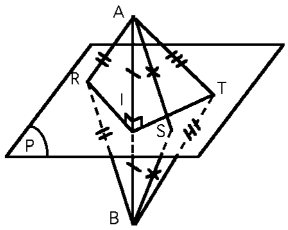
3) PLANS MEDIATEURS

DÉFINITION :

On appelle **plan médiateur** d'un segment [AB] , le plan orthogonal à (AB) passant par le milieu I de [AB] .

PROPRIÉTÉ 10 :

L'ensemble des points équidistants de deux points A et B (A ≠ B) , est le plan médiateur du segment [AB] .



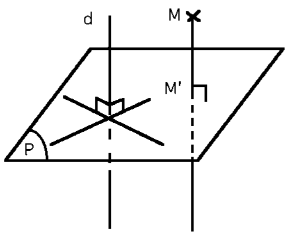
Rem:
Dans l'espace, le plan médiateur joue un rôle analogue à celui de la médiatrice dans le plan . (La propriété 10 se montre d'ailleurs grâce aux propriétés de la médiatrice dans le plan)

4) PROJECTIONS ORTHOGONALES

DÉFINITION :

Soit P un plan . La **projection orthogonale** sur P est la projection sur P parallèlement à une droite d orthogonale à P.

L'image M' d'un point M par la projection orthogonale sur P est appelée **projeté orthogonal** de M .



Rem:
- Pour tout point M et N de projetés orthogonaux M' et N' sur un plan P , on a : M'N' ≤ MN
- Si trois points M , N et P sont alignés, alors leurs projetés orthogonaux M' , N' et P' sur un plan P sont alignés.