LES TRANSFORMATIONS USUELLES

1) DEFINITIONS

Si f est une transformation usuelle du plan, elle associe à tout point M un point M' appelé image de M par f.
Tout point N du plan est l'image d'un point M par f.

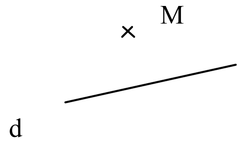
Notation :

f : M $\longmapsto$ M' ou f (M) = M' (On retrouve les notations vues avec les fonctions numériques)

M a pour image M' signifie :

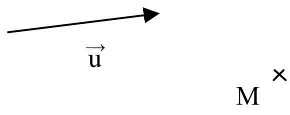
Symétrie orthogonale ou réflexion d'axe d :

- Si M $\in$ d , alors M' = M ;
- si M $\notin$ d , alors d est la médiatrice de [MM'] .



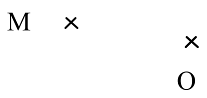
Translation de vecteur $\vec{u}$:

$\overrightarrow{MM'} = \vec{u}$



Symétrie centrale de centre O :

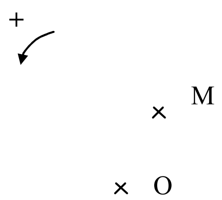
O est le milieu de [MM']



Rotation de centre O et d'angle α dans le sens de la flèche

- l'image de O est O
- l'image d'un point M distinct de O est le point M' tel que

  OM' = OM et $\widehat{MOM'} = \alpha$



Remarque :

Le sens inverse des aiguilles d'une montre est appelé sens direct.

Cas particuliers :

- La rotation de centre O et d'angle 180° est la **symétrie centrale** (ou **demi-tour**) de centre O .
- Une rotation d'angle 90° est appelé **quart de tour** .
- Les rotations d'angle 0° et d'angle 360° et la translation de vecteur nul laissent tous les points invariants (c'est à dire pour tout point M , on a f (M) = M') .
  Cette transformation est appelée **identité** .

2) PROPRIETES COMMUNES

Les propriétés suivantes sont communes aux réflexions, aux symétries centrales, aux translations et aux rotations :

- **Conservation des distances** (Une transformation qui conserve les distances s'appelle **une isométrie**)
- **Conservation des mesures des angles géométriques**
- **Conservation de l'alignement**

3) IMAGES DE FIGURES USUELLES

A) DROITES, PARALLELISME ET ORTHOGONALITE

Par une transformation usuelle :

- l'image d'une droite est une droite.
- deux droites parallèles ont pour images deux droites parallèles.
- deux droites perpendiculaires ont pour image deux droites perpendiculaires.

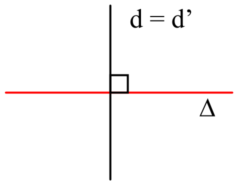
Les transformations usuelles **conservent le parallélisme et l'orthogonalité.**

Remarques :
• Par une symétrie centrale ou par une translation , une droite et son image sont parallèles.
• Par une réflexion une droite d et son image d' sont parallèles si et seulement si d est parallèle à l'axe de réflexion.

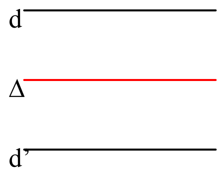
Réflexion d'axe Δ :

Trois cas se présentent (pour une droite d distincte de Δ et son image d') :

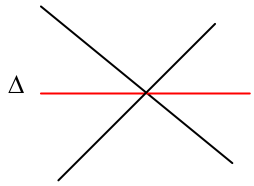
- Si d ⊥ Δ , alors d et d' sont confondues



- Si d // Δ , alors d' // d



- Sinon , d et d' se coupent sur Δ



B) AUTRES FIGURES

Par une réflexion , une symétrie centrale , une rotation ou une translation :
• l'image d'un segment [AB] est un segment [A'B'] de même longueur ; de plus le milieu I de [AB] a pour image le milieu I' de [A'B'] . On dit qu'il y a **conservation du milieu** .

• l'image d'un cercle C de centre O et de rayon r et un cercle C' de centre O' (image de O) et de même rayon r .

• l'image d' un polygone est un polygone de même nature et de mêmes dimensions .
(triangle , parallélogramme , rectangle , carré ...)

Remarque : Il y a **conservation des aires**

4) AXES ET CENTRES DE SYMETRIE

On dit qu'une figure possède un **axe de symétrie** d , si elle est sa propre image par la réflexion d'axe d .
On dit qu'une figure possède un **centre de symétrie** I , si elle est sa propre image par la symétrie de centre I.

ex: