

Trigonométrie

I) mesure des angles en radians

Exemples :

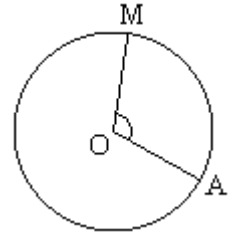
Arc (360°), Arc (180°), Arc (90°), Arc (45°), Arc (60°), Arc (30°),

Définition :

Une mesure de l'angle \widehat{IOM} en **radians** et dans le sens direct est alors $x \text{ rad} = \frac{x^\circ}{360^\circ} \cdot \pi$

remarque : Si on considère un cercle de centre O, de rayon r, et un angle \widehat{AOM} , A et M étant deux points du cercle. Désignons par L la longueur de l'arc de cercle \widehat{AM} .

La **mesure en radians** de l'angle \widehat{AOM} est le réel $\alpha = \frac{L}{r}$



II) Cosinus et sinus d'un nombre réel

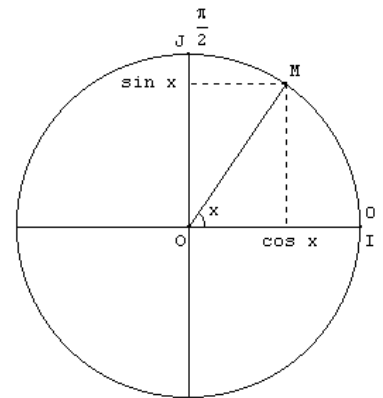
Dans un repère orthonormé $(O; \overrightarrow{OI}, \overrightarrow{OJ})$, on note C le cercle de centre O et de rayon 1. On oriente le plan dans le sens direct. C est appelé le **cercle trigonométrique**.

Définition : Soit M un point de C tel que $\widehat{IOM} = x \text{ rad}$
 Le cosinus de x, noté **cos x**, est **l'abscisse de M**.
 Le sinus de M, noté **sin x**, est **l'ordonnée de M**.

Exemples : $\cos 0 = 1$ et $\sin 0 = 0$; $\cos \pi = -1$ et $\sin \pi = 0$;
 $\cos \frac{\pi}{2} = 0$ et $\sin \frac{\pi}{2} = 1$...

Propriété 1 :

Pour tout x réel, $-1 \leq \cos x \leq 1$
 $-1 \leq \sin x \leq 1$
 $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$



Propriété 2 : Quel que soit le réel x,

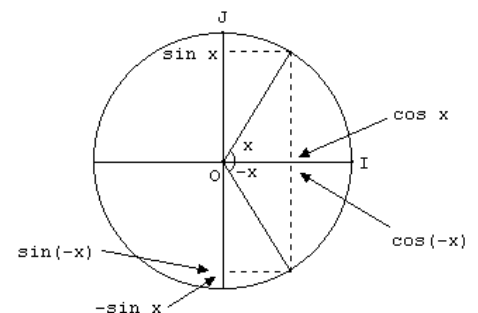
$\cos(x + 2\pi) = \cos x$
 $\sin(x + 2\pi) = \sin x$

On dit que les fonctions cos et sin sont **périodiques de période 2π**.

Propriété 3 : Quel que soit le réel x,

$\cos(-x) = \cos x$
 $\sin(-x) = -\sin x$

La fonction cos est **paire** et la fonction sin est **impaire**.



III) Fonctions Cosinus et Sinus

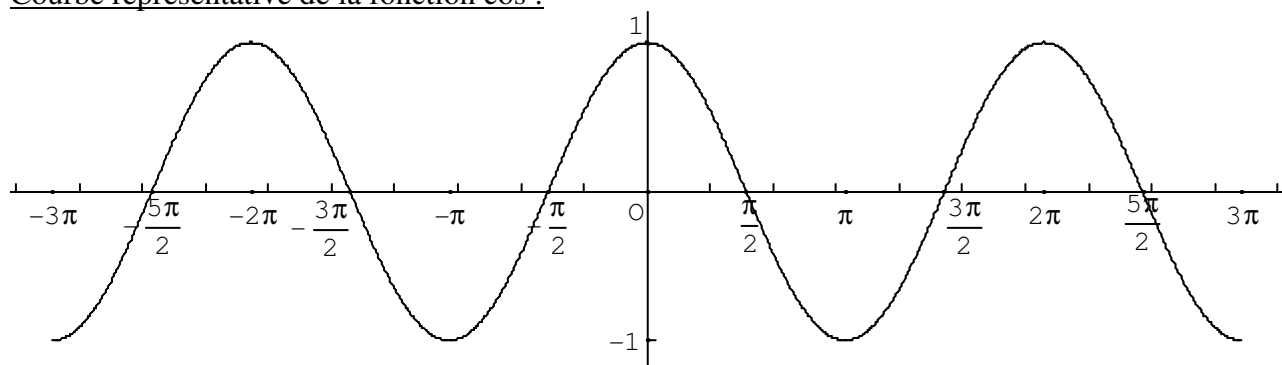
a) Tableaux de valeurs

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

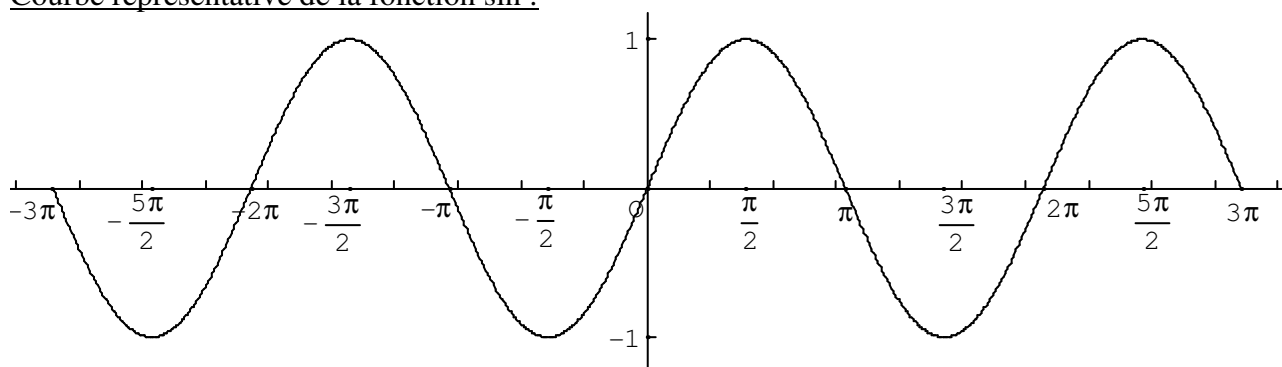
Grâce à la parité de chaque fonction et à la périodicité, il est maintenant possible de tracer la courbe représentative de chacune des fonctions sur 3.

b) Courbe représentatives

Courbe représentative de la fonction cos :



Courbe représentative de la fonction sin :



c) Tableaux de variations

On peut alors établir les tableaux de variation des fonctions cos et sin sur $[-\pi ; \pi]$:

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
cos	-1	0	1	0	-1

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π
sin	0	-1	0	1	0