Exercice 1 :

a) $f'(x)=\mathbf{2}$ b) $f'(x)=-\dfrac{\mathbf{4}}{\mathbf{x^2}}$ c) $f'(x)=\dfrac{\mathbf{2}}{\mathbf{(x-1)^2}}$ d) $f'(x)=\mathbf{6x^2+2}$ e) $f'(x)=-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{(x-3)^2}}$

f) $f'(x)=-\dfrac{\mathbf{1}}{\mathbf{2\sqrt{5-x}}}$ g) $f'(x)=\mathbf{6x^2-10x+1}$ i) $f'(x)=\mathbf{-3(2-x)^2}$

j) $f'(x)=\dfrac{\mathbf{5}}{\mathbf{(x+2)^2}}$ k) $f'(x)=\mathbf{3-\dfrac{3}{2x^2}}$ l) $f'(x)=\mathbf{2x+\dfrac{1}{2\sqrt{x}}}$ m) $f'(x)=\dfrac{\mathbf{5}}{\mathbf{2\sqrt{5x-4}}}$

Exercice 2:

$a) f'(x)=6x^2-8x$
$=\mathbf{(2x)(3x-4)}$ avec $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$

$b) f'(x)=(7x^6)(x^3-4x+1)+(x^7+2x)(3x^2-4)$
$=7x^9-28x^7+7x^6+3x^9-4x^7+6x^3-8x$
$=\mathbf{10x^9-32x^7+7x^6+6x^3-8x}$ avec $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$

$c) f'(x)=8(2x-2)(x^2-2x+3)^7$
$=16(x-1)(x^2-2x+3)^7$ avec $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$

$$d) f'(x)=\frac{(4x-4)(x-2)-(2x^2-4x+1)1}{(x-2)^2}$$
$$=\frac{(4x^2-8x-4x+8)-(2x^2-4x+1)}{(x-2)^2}$$
$$=\frac{\mathbf{2x^2-8x+7}}{\mathbf{(x-2)^2}}$$ avec $\mathcal{D}_{f'}=]-\infty\,;2[\cup]2\,;+\infty[$

$$e) f'(x)=2\left(\frac{2(x^2+3)-(2x+1)(2x)}{(x^2+3)^2}\right)\left(\frac{2x+1}{x^2+3}\right)$$
$$=2\left(\frac{2x^2+6-4x^2-2x}{(x^2+3)^2}\right)\left(\frac{2x+1}{x^2+3}\right)$$
$$=\frac{2(-2x^2-2x+6)(2x+1)}{(x^2+3)^3}$$
$$=\frac{\mathbf{4(2x+1)(-x^2-x+3)}}{\mathbf{(x^2+3)^2}}$$ avec $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$

$$f) f'(x)=2\sqrt{5x-2}+2x\frac{5}{2\sqrt{5x-2}}=2\sqrt{5x-2}+\frac{5x}{\sqrt{5x-2}}=\frac{2(5x-2)+5x}{\sqrt{5x-2}}=\frac{\mathbf{15x-4}}{\mathbf{\sqrt{5x-2}}}$$

avec $\mathcal{D}_{f'}=\left]\frac{2}{5}\,;+\infty\right[$

$$g) f'(x)=\frac{[2(2x-2)(x^2-2x+2)]\sqrt{x^2+1}-(x^2-2x+2)^2\dfrac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}$$
$$=\frac{4(x-1)(x^2-2x+2)\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x(x^2-2x+2)^2}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\frac{4(x-1)(x^2-2x+2)(x^2+1)-x(x^2-2x+2)^2}{\sqrt{x^2+1}\,(x^2+1)}$$
$$=\frac{(x^2-2x+2)\big(4(x-1)(x^2+1)-x(x^2-2x+2)\big)}{\sqrt{x^2+1}\,(x^2+1)}$$
$$=\frac{\mathbf{(x^2-2x+2)(3x^3-2x^2+2x-4)}}{\mathbf{\sqrt{x^2+1}\,(x^2+1)}}$$ avec $\mathcal{D}_{f'}=\mathbb{R}$

Exercice 3:

1) $f(x)=-x^2+2x+3$ et $a=-1$. On sait que la tangente à $\mathcal{C}_f$ en $x=a$, notée (T_a), a pour équation réduite : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$
Ici, $f'(x)=-2x+2$ donc $f(-1)=0$ et $f'(-1)=4$
Donc $(\boldsymbol{T_{-1}})$ a pour équation : $y=4(x-(-1))+0$ soit encore $\mathbf{y=4x+4}$

2) $f(x)=\dfrac{x+3}{x-2}$ et $a=3$. On a : $f'(x)=\dfrac{-5}{(x-2)^2}$. Ainsi $f(3)=6$ et $f'(3)=-5$
Donc $(\boldsymbol{T_3})$ a pour équation : $y=-5(x-3)+6$ soit encore $\mathbf{y=-5x+21}$

3) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{x+2}$ et $a=1$

$$f'(x)=\frac{(2x+1)(x+2)-(x^2+x+1)}{(x+2)^2}=\frac{2x^2+x+4x+2-x^2-x-1}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x+1}{(x+2)^2}$$

Donc $f(1)=1$ et $f'(1)=\dfrac{2}{3}$.

D'où $(\boldsymbol{T_1})$ a pour équation : $y=\dfrac{2}{3}(x-1)+1$ soit encore $\mathbf{y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{1}{3}}$