Ex 1 : ***Limites de fonctions* - (*) - 4 pts**

Calculer (précisément) les limites suivantes :

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{1-x^2}{1+x^2} \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}(x-\sqrt{x}) \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}(\sqrt{x^2-4}-x) \quad ; \quad \lim_{x\to1\,;\,x<1}\frac{(3-2x)^3}{1-x}$$

Ex 2 : ***Limites & Asymptotes* - (*) - 4 pts**

Pour chaque fonction ci-dessous :

1) Dresser le tableau de variations (<u>sans justifier</u>)
2) Donner (<u>sans justifier</u>) les (éventuelles) droites asymptotes

$$f(x)=2x+1+\frac{3}{x+1} \quad ; \quad g(x)=\frac{x^3+1}{4x^2-1} \quad ; \quad h(x)=\sqrt{\frac{x^2+1}{x^2-4}}$$

Ex 4 : ***Étude de fonctions*- (**) - 5 pts**

Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{-2x^2+7x-8}{x-2}$ pour $x\neq2$

1) a) Calculer les limites de f en $+\infty$ et à gauche de 2
(on admet le résultat des 2 autres limites)
b) En déduire l'existence d'une droite asymptote à C_f

2) a) Calculer la dérivée de f
b) Étudier le signe de $f'(x)$
c) En déduire le tableau de variations de f

3) a) Déterminer les réels a, b, c tels que $f(x)=ax+b+\frac{c}{x-2}$
b) En déduire l'existence d'une droite asymptote à C_f

4) Compléter le graphique C_f donné en ***annexe***

Ex 5 : ***Étude de fonctions* - (***) - 7 pts**

Soit la fonction f définie par $f(x)=\frac{x+1}{x^3-1}$ pour $x\neq1$

Partie A : Étude d'une fonction auxilliaire

On pose la fonction g déginie par $g(x)=-2x^3-3x^2-1$ avec $x\in\mathbb{R}$

1) Étudier les variations de g
(le calcul des limites n'est pas demandé)

2) a) Montrer que l'équation $g(x)=0$ possède une solution α dans l'intervalle $[-2\,;-1]$
b) Déterminer un encadrement de α à 0,01 près
(Justifier soigneusement la réponse)
c) En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$

Partie B : Étude globale de la fonction principale

1) Calculer la dérivée de f et montrer que $f'(x)=\frac{g(x)}{(x^3-1)^2}$

2) Dresser le tableau de variations de f
(On pourra utiliser les résultats de la Partie A)

3) a) Calculer la limite de f en $-\infty$ et à droite de 1
(on admet le résultat des 2 autres limites)
b) En déduire l'existence de 2 droites asymptotes à C_f

4) a) Déterminer l'équation de la tangente à C_f en $a=0$, notée (Δ)
b) Étudier la position relative de (C_f) et (Δ)

5) Compléter le graphique C_f donné en ***annexe***

Bon courage à tous !..........