

**Ex 1 : Suites arithmético-géométriques - (\*) - 4 pts**

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3$  et  $u_0 = 6$

- 1) Émettre des conjectures pour la suite  $(u_n)$
- 2) Démontrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}, 4 < u_n \leq 6$
- 3) Étudier le sens de variation de  $(u_n)$
- 4) Démontrer que la suite  $(u_n)$  est convergente et calculer sa limite

**Ex 2 : Complexes- (\*) - 4 pts**

Effectuer les calculs suivants et donner le résultat sous la forme algébrique :

- |                                |                                              |
|--------------------------------|----------------------------------------------|
| 1) $z = (3 - 11i) - (-8 + 9i)$ | 4) $z = i(1 - 3i)^2$                         |
| 2) $z = (7 + 5i)(-4 + 3i)$     | 5) $z = 1 + i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ |
| 3) $z = (1 - 5i)^2$            | 6) $z = \frac{1 - 2i}{3 + i}$                |

**Ex 3 : Suites homographiques - (\*\*\*) - 6 pts**

Soit la suite  $(u_n)$  définie par  $u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1}$  et  $u_0 = 3$

**Partie A : Étude de la fonction auxiliaire**

Soit la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{4x - 2}{x + 1}$  avec  $x \in [0; +\infty[$

- 1) Calculer la dérivée  $f'(x)$
- 2) Étudier les variations de  $f$  sur  $[0; +\infty[$   
(les limites ne sont pas demandées)
- 3) Indiquer les extrema de  $f$

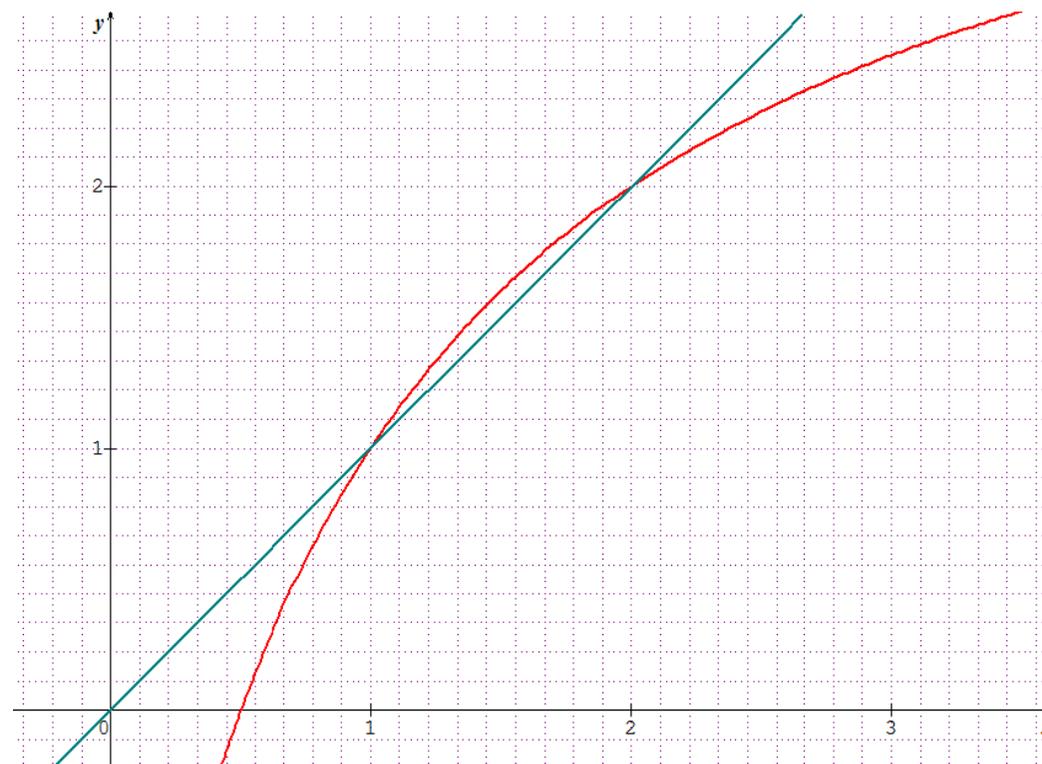
**Partie B : Étude de la suite principale**

- 1) Émettre des conjectures pour la suite  $(u_n)$
- 2) Étudier le sens de variation de  $(u_n)$
- 3) Démontrer par récurrence que :  $\forall n \in \mathbb{N}, 2 < u_n \leq 3$
- 4) Démontrer que la suite  $(u_n)$  est convergente et calculer sa limite

**Ex 4 : Complexes - (\*\*\*) - 6 pts**

Résoudre dans  $\mathbb{C}$  les équations suivantes :

- |                           |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|
| 1) $iz + 3 = -1 + 2i$     | 4) $z^2 = \bar{z}$               |
| 2) $z + i = 2\bar{z} + 1$ | 5) $z^3 + iz^2 - iz + 1 + i = 0$ |
| 3) $4z^2 - 4z + 17 = 0$   | 6) $z^4 = 16$                    |

**annexe - Ex 3****BONUS : (\*\*\*) - 2 pts**

Étudier la suite  $(v_n)$  définie par  $v_{n+1} = \frac{4v_n - 2}{v_n + 1}$  et  $v_0 = 0,5$

(sens de variation, minorant, majorant, convergence, limite)

« *Ne t'inquiète pas si tu as des difficultés en maths, je peux t'assurer que les miennes sont bien plus importantes !* » (Albert Einstein)