T S1 DS n° 4 : Probabilités - Suites - Complexes déc 2018

Ex 1 : ***Fonctions numériques* - (**) - 6 pts**

Soit f la fonction définie par $f(x)=x+1-\dfrac{2}{x^2+1}$ avec $x\in\mathbb{R}$

Partie A : Étude d'une fonction auxiliaire

1) On pose $g(x)=x^3-x^2+3x+1$ avec $x\in\mathbb{R}$
   a) Étudier les variations de g
   b) Calculer les limites de g en $-\infty$ et $+\infty$

2) a) Démontrer que l'équation $g(x)=0$ possède une solution unique $\alpha\in[-1;0]$
   b) Déterminer une valeur approchée de α à 0,001 près
   c) En déduire le tableau de signes de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$

Partie B : Étude de la fonction principale

1) a) Montrer que la dérivée de f vérifie : $f'(x)=\dfrac{(x+1)g(x)}{(x^2+1)^2}$
   b) En utilisant la ***Partie A*** déduire le tableau de variations de f

2) a) Montrer que C_f admet une asymptote oblique (d) dont on donnera une équation réduite
   b) Compléter le graphique donné en ***annexe***

Ex 2 : ***Probabilités conditionnelles* - (*) - 5 pts**

À la suite d'un sondage effectué à propos de la construction d'un barrage, on vérifie que :

- 65 % de la population concernée est contre la construction de ce barrage
- Parmi les opposants au barrage, 70% sont écologistes
- Parmi les personnes non opposées à la construction, 20% sont écologistes

On note les événements suivants :

- C : « La personne est favorable à la construction du barrage »
- E : « La personne est écologiste »

On interroge une personne au hasard dans la population ;

1) Construire un arbre pondéré de la situation
2) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit opposée au barrage et soit écologiste
3) Calculer la probabilité qu'une personne interrogée soit écologiste
4) On interroge une personne écologiste ; calculer la probabilité qu'elle soit opposée au barrage

Ex 3 : ***Probabilités & Suites arithmético-géométriques* - (**) - 6 pts**

Un internaute souhaite étudier la probabilité de gain d'un jeu « *en ligne* » ;
Il obtient les informations suivantes :

- L'internaute gagne toujours la 1ère partie
- S'il gagne une partie, la probabilité qu'il gagne la suivante est de 0,4
- S'il perd une partie, la probabilité qu'il perde la suivante est de 0,8

On utilise les notations suivantes :

- G_n : « L'internaute gagne la $n^{ème}$ partie »
- p_n : « Probabilité que l'internaute gagne la $n^{ème}$ partie »

1) Compléter l'arbre pondéré en ***annexe***
2) Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*: p_{n+1}=0{,}2\,p_n+0{,}2$
3) Pour tout entier $n\geqslant 1$ on pose : $u_n=p_n-0{,}25$
   a) Montrer que (u_n) est une suite géométrique de raison 0,2
   b) Déterminer l'expression de la suite (u_n) en fonction de n
   c) En déduire que : $\forall n\in\mathbb{N}: p_n=0{,}75\times(0{,}2)^{n-1}+0{,}25$

4) a) Montrer que la suite (p_n) est convergente et calculer sa limite
   b) Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice

Ex 4 : ***Lois Binomiales* - (*) - 3 pts**

Pour les questions suivantes, la variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètre n et p : $B(n,p)$. *<u>Aucune justification n'est demandée</u>*

1) $n=6$ et $p=0{,}4$. Donner la loi de probabilité de X
2) $n=10$ et $E(X)=3$; Calculer $P(X\leqslant 3)$ et $P(X\geqslant 7)$
3) $p=0{,}2$ et $\sigma(X)=2$; Calculer $P(X\leqslant 2)$ et $P(X>2)$