Ex 1 : (6 pts) - (**)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=(1-x^2)e^{-x}$

1) a) Calculer la fonction dérivée $f'(x)$
   b) Étudier le signe de $f'(x)$
   c) En déduire le tableau de variations de f

2) Calculer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$; que peut-on en déduire ?

3) a) Déterminer l'équation de la tangente (Δ) à C_f au point d'abscisse 0 et construire (Δ) sur le graphique en ***annexe***
   b) ***BONUS* :** Étudier la position relative de C_f et (Δ)

Ex 2 : (5 pts) - (**)

Les valeurs approchées des résultats seront données à 10^{-4} *près*

Un fabricant d'ampoules possède deux machines, notées A et B.
La machine A fournit 65 % de la production, et la machine B fournit le reste.

Certaines ampoules présentent un défaut de fabrication :

- à la sortie de la machine A : 8 % des ampoules présentent un défaut
- à la sortie de la machine B : 5 % des ampoules présentent un défaut

On définit les événements suivants :

- A : « l'ampoule provient de la machine A »
- B : « l'ampoule provient de la machine B »
- D : « l'ampoule présente un défaut »

On prélève un ampoule au hasard parmi la production totale d'une journée.

1) Construire un arbre pondéré représentant la situation
2) Calculer la probabilité de tirer une ampoule sans défaut qui provienne de la machine B
3) Montrer que la probabilité de tirer une ampoule sans défaut est égale à 0,9305.
4) L'ampoule tirée est sans défaut ; Calculer la probabilité qu'elle provienne de la machine A

Ex 3 : (3 pts) - (***)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$
On sait que $f(0)=1$, $f'(0)=2$ et $f''(0)=-1$

1) Déterminer les expressions de $f'(x)$ et $f''(x)$
2) En déduire la valeur des réels a, b, c
3) Étudier les variations de la fonction f sur
   (le détail des calculs des limites n'est pas demandé)

Ex 4 : (6 pts) - (**)

Dans une entreprise, on s'intéresse à la probabilité qu'un salarié soit malade (et donc absent) durant une période d'épidémie de grippe.

On désigne, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, par E_n l'événement « le salarié est malade la *n-ième* semaine ».

On note p_n la probabilité de l'événement E_n .
La 1ère semaine de travail, le salarié n'est pas malade ; ainsi $p_1=0$

De plus on sait que :

- Si la semaine n le salarié n'est pas malade, il tombe malade la semaine $n+1$ avec une probabilité égale à 0,04.
- Si la semaine n le salarié est malade, il reste malade la semaine $n+1$ avec une probabilité égale à 0,24.

1) Compléter l'arbre de probabilité donné en ***annexe***

2) Montrer que, pour tout entier naturel $n\geqslant 1$, $p_{n+1}=0{,}2\,p_n+0{,}04$.

3) a) Montrer que la suite (u_n) définie pour tout entier naturel $n\geqslant 1$ par $u_n=p_n-0{,}05$ est une suite géométrique dont on donnera le premier terme et la raison q .
   b) En déduire l'expression de u_n puis de p_n en fonction de n

4) On admet que la suite (p_n) est croissante ;
   a) Montrer que la suite (p_n) est convergente
   b) Déterminer la limite de la suite (p_n) .