T S1 DS n° 6 : LN – Intégration – Suites - Probabilités Avril 2019

Ex 1 : (5 pts)

Un commerçant reçoit les résultats d'une étude de marché sur les habitudes des consommateurs en France. Selon cette étude :

- 54 % des consommateurs privilégient les produits de fabrication française;
- 65 % des consommateurs achètent régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique, et parmi eux 72 % privilégient les produits de fabrication française

On choisit un consommateur au hasard. On considère les événements suivants :

- *B* : « un consommateur achète régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique » ;
- *F* : « un consommateur privilégie les produits de fabrication française »

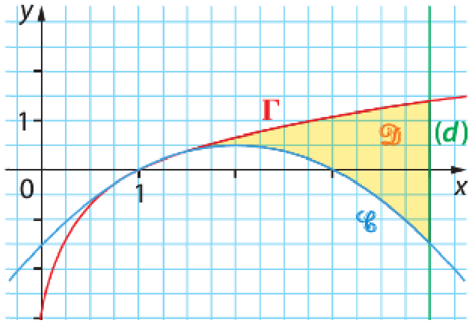
1) Compléter l'*arbre pondéré* de la situation en ***annexe***
2) Montrer que $P(\overline{B}\cap F)=0{,}072$
3) Calculer $P_F(\overline{B})$
4) On choisit un consommateur n'achetant pas régulièrement des produits issus de l'agriculture biologique ; Quelle est la probabilité qu'il privilégie les produits de fabrication française

Ex 2 : (7 pts)

On considère les fonctions f et g définies sur $[1;+\infty[$ par

$f(x)=\frac{-1}{2}x^2+2x-\frac{3}{2}$ de courbe $\mathscr{C}$

et $g(x)=\ln(x)$ de courbe Γ



Partie A

1) a) Calculer $I=\int_1^4 f(x).dx$

   b) Interpréter le résultat obtenu

2) a) Étudier le signe de f sur $[1;4]$

   b) En déduire l'aire de la partie du plan délimitée par C_f , l'axe des ordonnées et les droites d'équation $x=1$ et $x=4$

Partie B

1) a) Montrer que : $\forall t\geqslant 1 : \frac{1}{t}\geqslant 2-t$

   b) En déduire que : $\forall x\geqslant 1 : g(x)\geqslant f(x)$

2) a) Montrer que $G(x)=x.ln(x)-x$ est une primitive de g

   b) En déduire l'aire $\mathscr{A}$ du domaine $\mathscr{D}$ délimité par C_f , C_g et les droites d'équations $x=1$ et $x=4$

Ex 3 : (8 pts)

Pour tout entier $n\in\mathbb{N}$, on appelle f_n la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par

$f_n(x)=\frac{e^{-n.x}}{1+x}$ et (I_n) la suite définie par $I_n=\int_0^1 \frac{e^{-n.x}}{1+x}.dx$

De même on appelle g_n la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par

$g_n(x)=\frac{e^{-n.x}}{(1+x)^2}$ et (J_n) la suite définie par $J_n=\int_0^1 \frac{e^{-n.x}}{(1+x)^2}.dx$

Partie A : Étude graphique

1) À l'aide de la calculatrice, donner la valeur de I_0, I_1, I_2 et J_0, J_1, J_2
2) En déduire des conjectures pour les suites (I_n) et (J_n) en utilisant les graphiques donnés en ***annexe***

Partie B : Étude de la suite (I_n)

1) a) Montrer que $\forall x\in[0;1]$: $0<\frac{1}{(1+x)^2}\leqslant\frac{1}{1+x}\leqslant 1$

   b) En déduire que $\forall x\in[0;1], \forall n\in\mathbb{N}$: $0<\frac{e^{-nx}}{(1+x)^2}\leqslant\frac{e^{-nx}}{1+x}\leqslant e^{-nx}$

2) Étudier le sens de variations de la suite (I_n)
3) Montrer que la suite (I_n) est convergente et calculer sa limite

Partie C : Étude de la suite (J_n)

1) Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}$: $0<J_n<I_n$ [on pourra utiliser la question B)1)b)]
2) On admet que la suite (J_n) est décroissante ; la suite (J_n) est-elle convergente ? Si oui donner sa limite éventuelle