Ex 1 :

Soit f la fonction définie sur $]-2,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{4x-1}{x+2}$.

1. a) Etudier les variations de f sur $]-2,+\infty[$.

b) Montrer que si $x\in[1,\ 5]$, alors $f(x)\in[1,\ 5]$.

2. On considère la suite (u_n) définie par $u_0=5$ et $u_{n+1}=f(u_n)$.

a) Démontrer par récurrence que, pour tout n, $1\le u_{n+1}\le u_n\le 5$.

b) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Ex 2 :

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-x$ et $g(x)=\sqrt{x^2+x+1}$.
Soit C_f et C_g les courbes représentatives dans un repère orthonormé.

1. Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. La courbe C_f admet-elle des asymptotes horizontales ?
2. Démontrer que la droite d'équation $y=-2x-\dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f en $-\infty$.
3. Montrer que C_g admet un axe de symétrie.

Ex 3 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2(x+2)}{x^2+1}$. On note C la courbe représentative de f.

1. Montrer que $f(x)=x+2-\dfrac{x+2}{x^2+1}$. En déduire que la droite D d'équation y = x + 2 est asymptote à C au voisinage de $\pm\infty$.
2. Etudier la position de C par rapport à D.
3. Calculer f ' (x) et montrer que $f'(x)=\dfrac{x(x+1)(x^2-x+4)}{(x^2+1)^2}$. Etudier le signe de f ' (x).
4. Faire le tableau de variations.
5. Donner une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2.

T S1 Module : Suites & Fonctions Nov 2016-10-22

Ex 1 :

Soit f la fonction définie sur $]-2,+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{4x-1}{x+2}$.

1. a) Etudier les variations de f sur $]-2,+\infty[$.

b) Montrer que si $x\in[1,\ 5]$, alors $f(x)\in[1,\ 5]$.

2. On considère la suite (u_n) définie par $u_0=5$ et $u_{n+1}=f(u_n)$.

a) Démontrer par récurrence que, pour tout n, $1\le u_{n+1}\le u_n\le 5$.

b) En déduire que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Ex 2 :

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}-x$ et $g(x)=\sqrt{x^2+x+1}$.
Soit C_f et C_g les courbes représentatives dans un repère orthonormé.

1. Etudier les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$. La courbe C_f admet-elle des asymptotes horizontales ?
2. Démontrer que la droite d'équation $y=-2x-\dfrac{1}{2}$ est asymptote à C_f en $-\infty$.
3. Montrer que C_g admet un axe de symétrie.

Ex 3 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2(x+2)}{x^2+1}$. On note C la courbe représentative de f.

1. Montrer que $f(x)=x+2-\dfrac{x+2}{x^2+1}$. En déduire que la droite D d'équation y = x + 2 est asymptote à C au voisinage de $\pm\infty$.
2. Etudier la position de C par rapport à D.
3. Calculer f ' (x) et montrer que $f'(x)=\dfrac{x(x+1)(x^2-x+4)}{(x^2+1)^2}$. Etudier le signe de f ' (x).
4. Faire le tableau de variations.
5. Donner une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse -2.